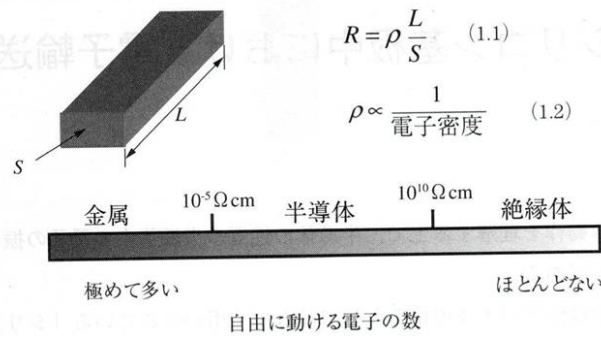


【電流の流れ易さ:抵抗率 ρ(ギリシャ語:ロー)】



$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (1.1)$$

$$\rho \propto \frac{1}{\text{電子密度}} \quad (1.2)$$

電流が流れるということは、ある電圧をかけたときに電子が移動する現象です。式で表すと、 $V = IR$ $I = \frac{V}{R}$ あるいは、電流密度を J として

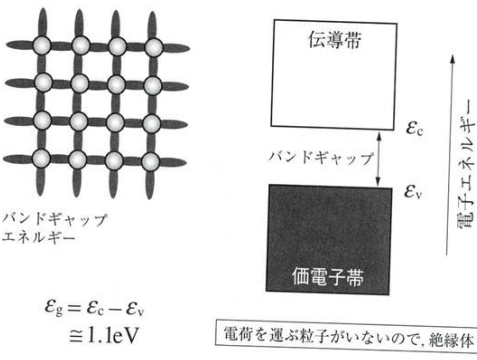
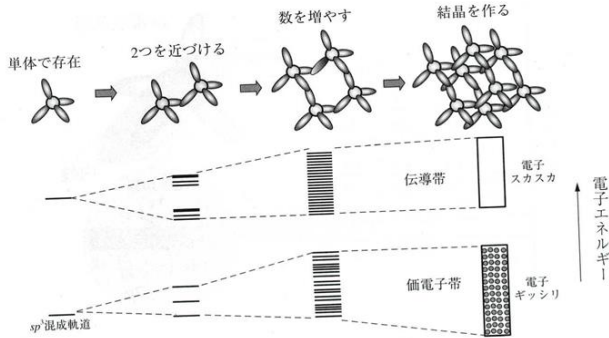
$$J = \frac{V(=E)}{R}$$

オームの法則です。抵抗値は大きさ・形状によりますから、単位長さあるいは単位体積当たりの抵抗値が、物質固有の値を示す。これを固有抵抗とか抵抗率といいます。抵抗率は ρ(ギリシャ語のロー)と言い、その逆数は、伝導率 σ(ギリシャ語のシグマ)。 $\sigma = \frac{1}{\rho}$ です。電流の流れやすさ

は、電子の数が多いほど、そして電子が流れるときの邪魔になる効果が無いほど流れやすい。電子の数は n 。電子が流れるときの邪魔というのは、電子を散乱すると電子は流れにくくなるので、これを移動度 μ (ギリシャ語のミュー)で表します。Mobility といいます。これを式で表せば、 $\sigma = \frac{1}{\rho} = n \times \mu \times q$ 。抵抗率が求まると、任意の形の抵抗値が求まる。抵抗値 R は、電流が流れる面積 S が大きいほど小さく、電流

が流れる長さ L が長いほど高くなり $R = \frac{L}{S} \rho$ となります。

【真性半導体と不純物半導体、n 型半導体と p 型半導体】



半導体には、不純物を理想的には全く含まないものと、不純物を入れた半導体の二種類がある。これを真性半導体 (intrinsic semiconductor) と

不純物半導体 (extrinsic semiconductor) といいます。シリコンを例にとると、原子が規則正しく並んでいる結晶は、原子同士が互いに sp^3 混成軌道電子で結合されています。不純物がなければ、この結合電子は、動くキャリアとなりえません。そこで、一部の IV 族シリコンの代わりに、例えば V 族元素の砒素やリンを置き換えると、結合電子が 1 個あまります。この結合エネルギーがとても弱く、室温(300K)程度のエネルギー($kT=27meV$)で自由に結晶中を動けるようになる。リン等は負電荷の自由電子を供給するので、ドナー不純物 といいます。ドナー=供給者。この不純物半導体は、negative(負)のキャリアが主に動くので、n-型半導体 といわれます。ドナー不純物が余分の結合電子を

を捕まえているエネルギーをドナー準位 といいます。これ以上のエネルギーを与えると、この余分な結合電子が自由に動けます。反対に、IV 族のシリコンの一部を、III 族の例えば B や Ga で置き換えてやると、結合電子が 1 本足りないですから、周りに電子がたくさんあるところで、電子が足りないので、プラスに帯電した粒子があると考えることが出来ます。これが正の電荷を持ったホール(正孔)が動き回れるという状態になります。これは丁度水(電子)の中の泡(ホール)のような状態であるので、電子を受け取るという意味で B や Ga をアクセプター不純物 とい

います。そして positive(正)な電子のようなものが電流を運ぶので、**p 型半導体**といいます。

【真性半導体の電子統計】

電子の波動関数が重なりあって作られるエネルギーバンドはエネルギーが高い状態のバンド、状態密度はあるが、電子は存在しない**伝導帯**と、エネルギーが低い状態にエネルギーバンドが形成され、結合電子として結晶を形成しているエネルギー状態を示しています。**荷電子帯**といいます。代表的なシリコンでは、最も外側の軌道電子(結晶の結合電子)は、二つの s 軌道電子(主量子数=1)の電子と、二つの p 軌道電子から出来ています。その波動関数が形成するエネルギーバンドは、**sp³ 混成軌道**と呼ばれています。不純物が入っていない半導体は、この sp³ 混成軌道からなる伝導帯と荷電子帯の二つのエネルギーバンドだけが存在します。このとき、伝導帯には電子がないので高い抵抗値を示します。真性半導体の電子濃度を計算してみましょう。これは、電子がエネルギー E にあるときに、単位エネルギー当たりどれくらいの密度でエネルギー準位があるか(状態密度)と、エネルギー E に電子が存在する確率があるかの掛け算で求める。電子の場合は、存在確率が**フェルミ**

分布という分布関数になります。これを**フェルミ粒子**といいます。 $f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_f}{kT}}}$ という分布関数に従って分布します。この関数の

形は、教科書の 26 ページ図 3.9 に出ていますが、特徴は、**フェルミエネルギー** E_f のエネルギーで、存在確率が 50%になりますが、ゼロ K では、分布関数は E_f 以下で 100%電子が存在し、 E_f 以上のエネルギーには電子が存在しない。途中の有限の温度では、 E_f で電子の存在確率が 50%になる、なだらかな関数形を示します。フェルミ分布も温度が高くなると、その分布は指数関数項に比べて分母の 1 は無視できるように

なり、このとき、**ボルツマン分布**になり、 $f_B = \exp\left(-\frac{E-E_f}{kT}\right)$ の分布関数になります。室温や液体窒素温度 77K などでは、ほとんどの場

合、厳密なフェルミ分布関数を使うことは無く、このボルツマン分布を使って近似できます。電子の分布関数が f_{FD} ならば、電子の抜け殻のキャリアであるホール分布関数は $1 - f_{FD}$ となります。

さて、電子密度を求めるためには、**電子の分布×状態密度** ですが、状態密度は三次元的に閉じ込められた電子の状態密度を計算し

ました。 $Z(E) = 8\sqrt{2}\pi \left(\frac{m_N^{*2}}{h^3} \right) (E - E_c)^{\frac{1}{2}}$ ちょっと先週の式と見た目が違いますが、これはべき乗を展開したからです。そして、プランク

定数 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ を用いて、自由電子の質量の代わりに、半導体中では電子の**有効質量** m^* を使っています。これが分かると、伝導帯にあ

る電子濃度は $n = \int_{E_c}^{\infty} Z(E) \times f_N(E) dE$ で計算できる。積分範囲は、電子が存在するエネルギー範囲ですから、伝導帯の底 E_c から上

の無限大までとする。計算しやすくするために、近似を考える。大体、n 型半導体中の電子は、大部分ほとんどが伝導帯の底付近のエネルギーだけに存在すると考えてよい。更に、フェルミ・ディラック分布関数を、ボルツマン分布関数に近似すると積分が実行できて電子密度を求め

ることが出来ます。その結果、 $n = N_c \times \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)$ ここで、 N_c を伝導帯の**実効状態密度**といいます。p 型半導体中のホールについ

$$N_c = 4\sqrt{2} \left(\frac{\pi m_N^* kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

ても、全く同じように逆に考えることが出来ます。従って、荷電子帯の状態密度は $Z(E) = 8\sqrt{2}\pi \left(\frac{m_p^{*2}}{h^3} \right) (E_v - E)^{\frac{1}{2}}$ となります。ホール密

度 p は、やはりフェルミ分布をボルツマン分布で近似して、

$$p = N_V \times \exp\left(-\frac{E_f - E_V}{kT}\right)$$

$$N_V = 4\sqrt{2} \left(\frac{\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

となります。不純物を含まない真性半導体では、絶対

零度では結合電子は熱エネルギーより強いエネルギー(大きなエネルギー)で原子同士を結び付けていますから、もちろん切れていないのですが、有限の温度では、ある確率でいくつかの結合電子は切れています。結合電子が切れると、電子とその残りのホールが同じ数だけできます。電子とホールは電荷が反対ですから、電圧をかけると逆方向に動きますので、電流値に与える効果は同じ、つまり $J = n\mu_N q + p\mu_p q$ ですから、真性半導体でも、有限の温度ではわずかに電流が流れます。電子と同数の正孔が生成されますから

$$n = p, \quad n = N_C \times \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) = p = N_V \times \exp\left(-\frac{E_f - E_V}{kT}\right)$$

ここから、フェルミエネルギー E_f を求めることができます。

$$E_f = \frac{1}{2}(E_C + E_V) + \frac{3}{4}kT \times \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)$$

真性半導体ではフェルミエネルギー E_f

は、禁制帯の**ほぼ真ん中** $\frac{1}{2}(E_C + E_V)$ にあるということが出来ます。また、 n と p をかける (**pn 積**といいます)と、

$$p \times n = N_C N_V \times \exp\left(-\frac{E_C - E_V}{kT}\right) = N_C N_V \times \exp\left(-\frac{E_G}{kT}\right) = n_i^2$$

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} \times \exp\left(-\frac{E_G}{2kT}\right)$$

が得られます。ここで n_i は**真性キャリア密度**といって、禁制帯幅 E_g で決まる、つ

まり物質で決まるキャリア密度です。不純物を入れない真性半導体のキャリア密度が温度によってどのように変化するか、禁制帯幅が違ってもどのように変化するかを与えるものです。

【電子統計:不純物を添加した半導体】

半導体の中にある電荷を全て足し合わせても、当然ですが半導体全体としては電荷量はゼロ(中性)です。ドナー不純物を入れたとしますと、負の電荷は、電子、その密度は n 、正の電荷は、イオン化したドナー不純物(密度が N_D)と少量あるホール p です。これを全部足し合わせ

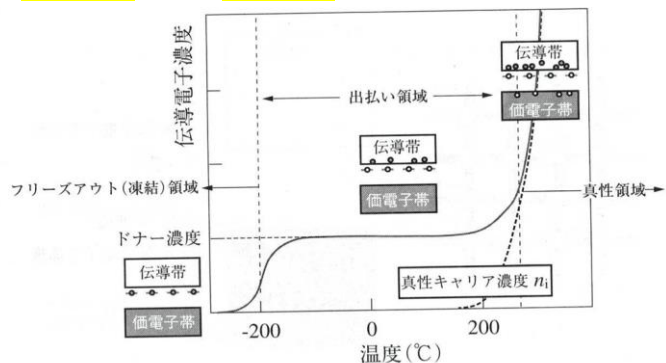
ますと、 $qN_D + qp - qn = 0$ です。 $pn = n_i^2$ なので、これを代入することで

$$n = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2}$$

$$p = \frac{n_i^2}{n}$$

と求めることが出来ます。しかし、普通、ド

ナー不純物濃度 N_D は、真性キャリア密度 n_i と比べて何桁も多い、例えば $N_D = 10^{18} \text{cm}^{-3}$ に対して、シリコンなら、 $n_i = 10^{10} \text{cm}^{-3}$ 。N型半導体中の電子を**多数キャリア**、正孔を**少数キャリア**といいます。



【キャリア密度の温度依存性】

温度がとても低い場合、ドナー不純物に束縛されている電子は、自由電子となりません。このとき、不純物半導体といえども、高抵抗です。少し温度が上がってくると、ある確率で不純物元素の結合電子が熱エネルギーによって切れてきます。その確率 $1 - f_{FD}$ は電子がいない確率ですので、ドナー不純物濃度 N_D に電子がいない確率をかければ、電子がなくてイオン化したドナー不純物の密度を得ることができます。

$$N_D^+ (\text{イオン化したドナー不純物密度}) = N_D \times (1 - f_{FD})$$

つまり
$$= \frac{N_D}{1 + \exp\left(\frac{E_f - E_D}{kT}\right)}$$
 です。 E_D はドナー不純物の結合電子を切るために必要なエネルギー(活性化エネルギー)です。

これから、温度が十分低い場合 $n \approx \sqrt{N_C N_D} \times \exp\left(\frac{E_C - E_D}{2kT}\right)$ 。縦軸電子密度の対数で、横軸を温度 T の逆数でグラフを

書くと、その直線の傾きが、ほぼドナー不純物の活性化エネルギーを示す。「ほぼ」の意味は、実効状態密度にも温度依存性があるからです。この温度範囲を「外因性域」といいます。ドナー不純物の活性化エネルギーは、だいたい水素原子モデルで計算できます。水素原子の電子エネルギーは、離散的なエネルギーの値を持っていて、 $E_n = -\frac{mq^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}, \dots$ with $n = 1, 2, 3, \dots$ で得られます。電子の質量を有効質量 m^* とし、誘電率を半導体の誘電率に置き換える。主量子数 n は 1 とすると、シリコンの比誘電率が 11.8 (誘電率はこれに真空の誘電率 ϵ_0 を掛けた値)、電子の有効質量が $0.19m_0$ 、ホールの有効質量が $0.50m_0$ なので、ドナーの場合は、 E_d が

$$E_C - E_d = 13.6 \text{ eV} \times \frac{m^*}{m_0 \times \left(\frac{\epsilon_r}{\epsilon_0}\right)^2} = 13.6 \text{ eV} \times \frac{0.19}{11.8^2} = 13.8 \text{ meV}$$

アクセプタの場合 $E_a - E_v = 20.5 \text{ meV}$ となります。大体実際の測定される値と近い。どんどん温度を上げていくと、ドナー不純物濃度は限られているので、飽和してきます。これを飽和領域といいます。さらに温度を上げていくと、今度は荷電子帯から直接電子が伝導帯に励起されてきます。これは真性半導体と同じで、真性領域と言います。このとき、電子密度と温度の逆数のグラフの傾きは、禁制帯幅の半分。

【フェルミエネルギーの温度依存性】

フェルミエネルギーは電子の存在確率が 1/2 であるエネルギーである。温度が低くて、伝導帯にほとんど電子が無い場合は、電子はほとんどドナー不純物につかまっているわけですから、電子の存在確率が 1/2 であるエネルギーというフェルミエネルギー E_f も、大体ドナー不純物のエネルギー準位 E_D 近くにあるので、伝導帯の下近くにあります。温度が上がってくると、だんだん真性半導体に近くなりますから、伝導帯と荷電子帯の両方に電子がいるようになりますので、電子の存在確率が 1/2 であるエネルギーも、禁制帯の中央付近に近くなります。つまり、教科書 33 ページの図 3.17 のような温度依存性になります。

● 例題

1. 抵抗率 $\rho = 10 \Omega \text{ cm}$ の半導体の棒(断面積 1 cm^2 、長さ 1 m)の長さ方向の抵抗 R を求めなさい。

$$10^3 \Omega$$

2. シリコンの室温での真性キャリア密度は 10^{10} cm^{-3} である。これにリン原子を 10^{18} cm^{-3} 入れたシリコン結晶の電子濃度とホール濃度を計算しなさい。

$$N = 10^{18} \text{ cm}^{-3}, p = 10^2 \text{ cm}^{-3}$$