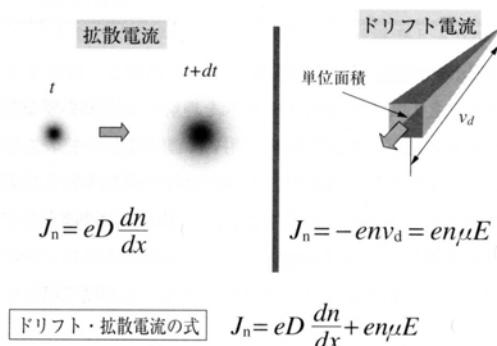


【ドリフト電流と拡散電流】

温度 T での電子の平均速度

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}k_B T \quad \rightarrow v \approx 10^5 \text{ [m/s]} \text{ (室温)}$$

しかし実際のシリコン結晶中では頻繁に散乱を受けている。



今週は、半導体の中を流れる電流がどのように求められるかをお話します。電流密度とは、電磁気で習ったように、単位時間、単位面積あたりに流れる電荷量を言います。半導体の場合、電荷として電子（マイナス電荷）のほかにホール（プラス電荷）もありますから、電界をかけたときにそれぞれ反対電荷なので反対方向に流れます。そして電流は、電子が流れる向きの逆方向で定義されますから、電子と反対に流れる正電荷のホールは、電流としては電子と同じ寄与をします。つまり足し合わせになります。これを式で書くと、

$J = \sigma F$ ：ここで F は電界強度です。 σ は伝導率です。そして伝導率 σ の中身は $\sigma = q \times \mu \times n$ です。 q は電荷量、この場合電子の電荷量です。 μ はキャリアの移動度、つまり電子などのキャリアの動きやすさ、移動のしやすさを表す数値です。そして n はキャリア濃度です。半導体の中で電流は電子とホールで流れますが、一応電子だけの流れを考えます。どのような力というか原動力で電子が流れるかは、半導体の中では2種類の流れるメカニズムがあります。一つは、電界つまり電圧をかけたときに電子に加わる力によって電子が移動する現象……これをドリフト電流といいます。もう一つの電子が移動

する現象は…電子の濃度差によって流れる…つまり電子がたくさんあるところから、電子が少ないところへ移動して均一になろうとする現象…これを拡散電流といいます。拡散電流は、いわば、よく言われる例えですが、水が入ったコップの中に、インクをたらしたときに、インクの濃度が均一になろうとして、コップ全体に広がる現象と同じです。そのインクが広がるときインクの粒子は水の中を移動するわけですが、これがインクではなく電子であると、電子の移動ですから、電流が流れることになります。いまは、半導体の均一な塊の話をしていますが、後々出てくる半導体を使った色々な電子デバイスの中の電流の流れも、このドリフト電流と拡散電流が主要な電子の移動のメカニズムです。

はじめの電子移動のメカニズムの、ドリフト移動度についてお話をします。真空中では、電子に電界 E をかけ

ると、 eE の力を受けて移動します。つまり

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = eE$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{eE}{m}$$

となります。この加速度で、真空中を電子は加

速されてまっすぐに直進して移動します。また、電子が熱エネルギーで運動しているとすると、真空中では、

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$ 、ですから、室温の300Kでは、速度は100km/秒もの高速で運動することになります。しかし、半

導体は原子が周期的に並んだ結晶から出来ています。ですから、電子はその周期的な原子のポテンシャルの影響を受けて散乱しながら移動することになります。つまり半導体中では、電子はまっすぐ直進して移動していません。大体 **10nm** つまり **$10 \times 10^{-9} \text{ m}$** (n はナノと読みます) 程度進むと一回散乱して、つまり簡単に言えば衝突して、ジグザグに移動していきます。裏返すと、衝突する距離より小さなデバイスを作れば、衝突しないでと

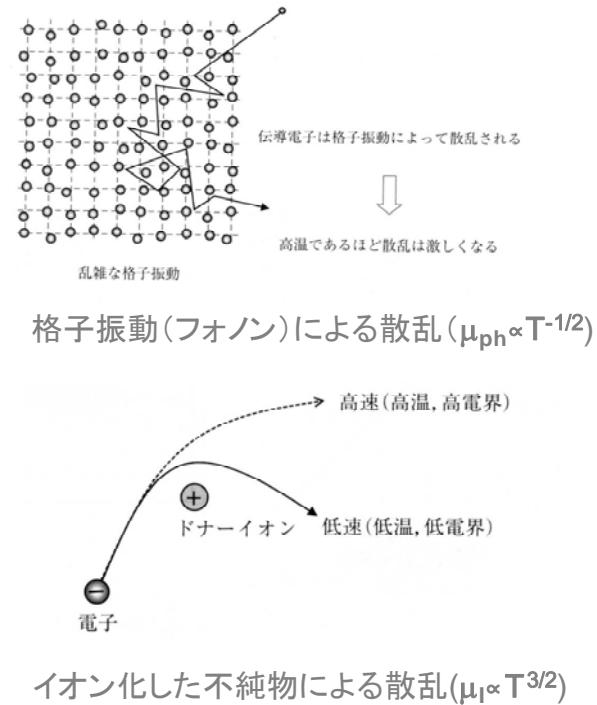
ても高速に動作するデバイスが出来ることになりますが、これが無衝突あるいは**弾道(パリスティック)伝導デバイス**といいます。我々が作っているデバイスがこれで、電子が移動する距離を10nm以下にして、とても高速に動作するデバイスにしています。

話はそれましたが、普通の半導体の大きさの時には、実際は電子は原子と直接に衝突するわけではないのですが、この衝突あるいは正確には散乱されるメカニズムには、大体次の三種類が考えられます。

【キャリア散乱:移動度】

キャリアつまり電子や正孔が半導体中で散乱されるメカニズムはほぼ、次の三種類です。

フォノン散乱、イオン化不純物散乱、衝突イオン化散乱

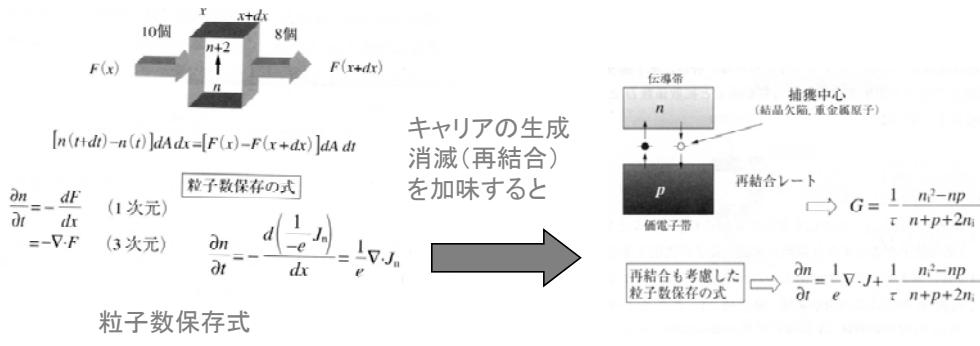


の3種類です。他にもありますが、主要な散乱メカニズムは基本的にはこの3種類です。この三種類の散乱メカニズムが、伝導率 σ を決める要素の移動度 μ を決めています。**フォノン**とは、結晶格子の熱振動を量子化したもので、つまり格子振動による散乱です。詳しい話はここではしませんが、もし結晶が完全に原子が周期的に並んでいたとすると、電子は散乱されずに、とても高速に結晶の中を移動あるいは振動的に移動します。これを**プロップ振動**といいます。しかし、有限の温度では、結晶を形作っている原子は、熱エネルギーによって振動していますから、原子は完全には周期的ではありません。絶対温度でゼロ K でも、**ゼロ点振動**で結晶格子は振動しています。その振動回数は、大体 10^{12} 回/秒以上振動しています。電子が 10^5 m/秒の高速で移動していても、大体 10^{-7} m 進むごとに一回くらいは振動で散乱されることになります。つまり 10^2 nm 以下進むごとに散乱されることになります。数十ナノメーターのオーダーです。この格子振動による散乱は、もちろん熱エネルギーによる原子の振動による散乱なので、低温ではその影響は少なく、高温ほどその影響は大きくなります。その移動度への影響は、温度 T の $3/2$ 乗に比例して大きくなります。

次の電子を散乱するメカニズムは、半導体の中に導入した不純物によるものです。その中でも、ドナーやアクセプターのように、不純物がイオン化したものによる散乱です。これが**イオン化不純物散乱**です。電子がイオン化した不純物によるクーロンポテンシャルによって散乱を受けるものです。**ラザフォード散乱**の問題と同じメカニズムです。そのため、定性的にその温度による影響を述べると、次のようにになります。つまり、低温では電子は熱エネルギーが小さいですから、その移動速度は小さい。従って、速度が小さな電子に対するクーロン力は大きいので、大きく散乱されます。一方、高温では電子の熱速度は大きいので、クーロンポテンシャル散乱の影響は小さい。つまり、イオン化不純物散乱は低温で主要であり、高温では影響が少ないということになります。解析的には、移動度に対するイオン化不純物散乱の温度依存性は T の $3/2$ 乗に比例して、低温で主要な散乱メカニズムとなります。

最後の衝突イオン化による散乱は、電子が電界によって高速に加速され、そのエネルギーが結晶を構成している結合電子のエネルギーを超える場合、結合電子を破り、イオン化してしまう現象です。**インパクトイオン化**といいます。これは電子が一個衝突すると、多数の電子とホールのペアを作り出すので、いわば增幅効果があり、雑音は大きいのですが高感度な検出器などに使われます。後の講義でお話する機会があると思います。

【半導体中の電気伝導を記述する基本方程式】



半導体の中でも他の真空中でも金属中でも、マクロな意味では、電流を表す方程式は、電磁気のポアソンの方程式です。つまり、マックスウェルの電磁方程式の一つで $\nabla \bullet (\epsilon E) = \rho$ です。 ρ は電荷量です。 ϵE は電束密度で、 ρ

は電荷量です。半導体の中では、 ρ はドナーやアクセプターのイオン化した不純物であったり、場合によっては電子やホールなどのキャリアも入ってくることがあります。二つ目の基本式は、電流密度の式です。つまり拡散に起因する拡散電流は、電子の濃度勾配つまり濃度の傾きに比例する量が流れますし、ドリフト電流は、加えられた電界強度に比例する量流れますから、式で表すと

$$J(\text{diffusion}) = qD \frac{dn}{dx} \quad \text{となります。従って全電流は、}$$

$$J(\text{drift}) = qn\mu E = -qnv$$

$$J(\text{total}) = J(\text{diffusion}) + J(\text{drift}) = qD \frac{dn}{dx} + qn\mu E \quad \text{となります。ここで特に電子濃度があまり高くないときには、}$$

拡散のしやすさを表す拡散係数 D と移動度 μ は **AINシュタインの式** で関係づけられ、 $D = \frac{\mu kT}{q}$ の関係から

求められます。次の大切な関係式は、**電流連続の式**、あるいは粒子数保存の式です。これは、電子やホールが、ある半導体の中に流れこんで、流れ出て行くとき、途中で無くなったり出来たりする分を考慮すると、粒子数に変化が無いという意味です。生成消滅しないという場合は、電磁気で習ったように $\text{div} \bullet J = 0$ となります。しかし、半導体の中では、電子やホールが生成したり、消滅したりします。これを少し数学的に考えると、時間 t と $t+dt$ の間に、半導体の区間 dx の間で粒子数たとえば電子が増えたとしますと、その増分は $[n(t+dt) - n(t)]dA dx$ となります。 dA は面積です。一方、これを電子の流れ F で表すと $[F(x) - F(x+dx)]dA dt$ となります。これは同じであるはずですから $[n(t+dt) - n(t)]dA dx = [F(x) - F(x+dx)]dA dt$ です。これを微分形式で一次元で表すと

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{dF}{dx} \quad \text{三次元では}$$

で表されます。電子の流れ F と電流密度には $J = -qF$ の関係がありますから、つまり

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot F$$

電流は電子の流れ流速ですから、粒子数保存の式は、結局 $\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{q} J_n \right) = \frac{1}{q} \nabla \cdot J_n$ となります。この

式は、電子やホールが、半導体の中に流れ込み、途中で無くなったり、つまり消滅したり、あるいは途中で新たに生まれたり、つまり生成したりしないで、粒子の数が保存される場合です。しかし、半導体の中では、熱エネルギーや光のエネルギーによって、半導体中で電子やホールが生成したり、あるいは消滅したりする現象があります。この生成・消滅の割合は、例えば電子が消滅するのは反対電荷のホールと出会って、対になりエネルギーを光の形で放出する現象(発光ダイオードや半導体レーザの動作原理)が起こります。その消滅の

ポアソンの式	$\nabla \cdot (\epsilon E) = \rho$	
	電子	正孔
キャリア濃度	$n = n_i \exp\left(\frac{\epsilon_F - \epsilon_i}{k_B T}\right)$	$p = n_i \exp\left(\frac{\epsilon_i - \epsilon_F}{k_B T}\right)$
電流密度	$J_n = en\mu_n E + eD_n \nabla n$	$J_p = ep\mu_p E - eD_p \nabla p$
粒子数保存	$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \nabla \cdot J_n + \frac{1}{\tau} \frac{n_i^2 - np}{n + p + 2n_i}$	$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{e} \nabla \cdot J_p + \frac{1}{\tau} \frac{n_i^2 - np}{n + p + 2n_i}$

熱平衡下では $np = n_i^2$

割合は、熱平衡状態のキャリア密度 n_i 、真性キャリア密度よりも過剰にある量に比例して、余分にあればあるほど消滅の割合が増加する。つまり電子は出会って消滅する相手のホール密度が多ければ多いほど、消滅する確率が高いわけです。詳しい式展開は省きますが、その消滅す

る・あるいは生成する割合、これを再結合速度(レート) G で表し、 $G = \frac{1}{\tau} \frac{n_i^2 - np}{n + p + 2n_i}$ という式で表されます。こ

こで、 τ は時間の単位を持つ定数で、「キャリア寿命」キャリアライフタイムと呼ばれていて、キャリアが再結合しないで生き延びる時間を表しています。 G が正の値であれば、伝導電子が生成することを意味していて、 G の符号が負であれば伝導電子が消滅することを意味します。この G を粒子数保存の式

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{d\left(-\frac{1}{q} J_n\right)}{dx} = \frac{1}{q} \nabla \cdot J_n$$
 に加えると、粒子、この場合電子やホールの生成・消滅も考えに入れた、完全な

形の粒子保存式が $\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{d\left(-\frac{1}{q} J_n\right)}{dx} = \frac{1}{q} \nabla \cdot J_n + \frac{1}{\tau} \frac{n_i^2 - np}{n + p + 2n_i}$ と求められます。半導体のバルク、かたまり

の性質については今週で終わりで、次週は、いよいよ、半導体デバイス、最も簡単ですが、最も重要な pn 接合デバイスの性質について述べます。この pn 接合デバイスが理解できれば世の中のほとんど全ての半導体デバイスが理解できます。とても重要です。

【例題】単位系を統一して計算する。計算式には単位を入れる。

- シリコン結晶中の電子移動度 μ が $1000 \text{ cm}^2/\text{Vsec}$ であるとき、室温 300K における電子の拡散係数 D をAINシュタインの関係式を用いて求めなさい。
- AINシュタインの関係式から $\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$ から $D = 0.025 \times 1000 = 25 \text{ cm}^2 \cdot \text{sec}^{-1}$ ここでボルツマン定数 k は $\frac{k}{q} = \frac{1.380662 \times 10^{-23} [\text{J/K}]}{1.602 \times 10^{-19} [\text{C}]} = 8.617 \times 10^{-5} [\text{eV/K}]$
- 電子濃度が 100 ミクロン の間で 10^{17} cm^{-3} 変化しているとき、拡散によって運ばれる電流密度を求めなさい。電子の拡散係数 D は上記の値を用いなさい。室温 300K での電流密度を求めなさい。 $J = qD \frac{n}{L} = 1.602 \times 10^{-19} \times 25 \times \frac{10^{17} [\text{cm}^{-3}]}{100 [\mu\text{m}] \times 10^{-4} [\text{cm}]} = 40 [\text{Acm}^{-2}]$
- 上記の半導体に、 1cm の間に 1000V 、つまり 1ミクロン の間に 0.1V の電圧をかけたとき、電子のドリフト速度はいくらになるか答えなさい。室温 300K について答えなさい。 $v_{drift} = \mu E = 1000 [\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{sec}^{-1}] \times 1000 [\text{Vcm}^{-1}] = 10^6 [\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}]$
- 上記の n 型半導体中の電子の濃度が 10^{16} cm^{-3} であるとき、単位面積当たり通過する電荷量つまり電流密度はいくらか。室温 300K について答えなさい。 $J = qnv_{drift} = 1.602 \times 10^{-19} [\text{C}] \times 10^{16} [\text{cm}^{-3}] \times 10^6 [\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}] = 1.602 \times 10^3 [\text{Acm}^{-2}]$
- 上記の n 型半導体中のホール密度(少数キャリア密度)を求めなさい。 $p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{10^{20} [\text{cm}^{-3}]}{10^{16} [\text{cm}^{-3}]} = 10^4 [\text{cm}^{-3}]$
- シリコン中の自由電子の平均熱速度を求めなさい。GaAs の場合の自由電子の平均熱速度を求めなさい。室温 300K について答えなさい。Si と GaAs 中の電子の「有効質量」は、それぞれ $m^*(\text{Si}) = 0.33m_0$, $m^*(\text{GaAs}) = 0.067m_0$ である。 m_0 は真空中の電子の質量で、 $9.11 \times 10^{-31} [\text{kg}]$ である。

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT \text{ から } v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} [\text{J/K}] \times 300 [\text{K}]}{9.11 \times 10^{-31} [\text{kg}]}} = 1.2 \times 10^5 [\text{m} \cdot \text{sec}^{-1}]$$

この質量 m に、Si や GaAs 中の電子の「有効質量」を代入して熱速度を得る。77K は液体窒素温度。今後良く使う冷媒。