

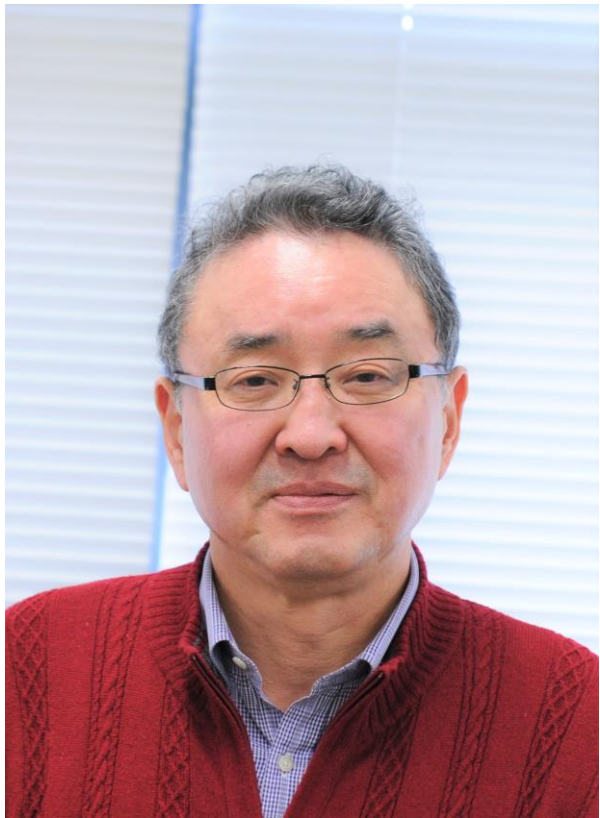
量子力学入門

14組 小山クラス



2020年版 オンライン講義

講義資料



◎講義の進め方と試験などについて
対象：oyama クラス(14組)



金曜日 第二講時(10:30-12:00) 材料科学総合学科 オンライン
担当教員：小山(おやま) 裕(ゆたか) oyama@material.tohoku.ac.jp

TEL&FAX:795-7327 (総合研究棟10F 1020室)

<http://www.material.tohoku.ac.jp/~denko/lab.html>

2020年度 量子力学入門（小山クラス） オンライン講義予定

- * 説明音声付の講義資料を教務掛から学生に案内されるGoogle classroom URLにアップする予定です。これを見て・聞いて、自宅などで自習してください。
- * 参考書「単位が取れる量子力学ノート」講談社サイエンティフィック
ISBN4-06-154454-3
- * 質問があれば、下記の時間帯に個別にメール（oyama@material.tohoku.ac.jp）でお受けいたします。学籍番号とお名前を明らかにしてお送りください。
（金曜日15:00-17:00）**Feel free! 但し、返答には時間がかかる場合があります。**
- * 試験の詳細は未定です。判明次第、お知らせいたします。
- * 毎回、講義資料は研究室HPにアップします。オンラインで参加できなかった方は、後程でもご自由にお持ちください。
<http://www.material.tohoku.ac.jp/~denko/lecture.html>
- * 成績は試験結果で判断します。
- * 本講義の定期試験過去問題は、解答例とともに、全て教務掛にあり閲覧可能です。閲覧の方法については、教務掛にお問い合わせください。022-795-7373



講義予定

1. 5/8 光の粒子性と物質の波動性：なぜ量子力学が必要となったか？
2. 5/15 粒子性と波動性：さらにちょっと詳しく
3. 5/22 波動の表現と不確定性原理：複素数とベクトルの算数の復習
4. 5/29 シュレジンガーの波動方程式の導出：何となく、なるほどと納得！
5. 6/5 一次元のシュレジンガー方程式の解法- 1（無限に深い量子井戸の電子）：このおかげで、BS・CS放送が見える！日本の技術！
6. 6/12 一次元のシュレジンガー方程式の解法- 2（有限な深さの量子井戸の電子）：（トンネル現象）：電子は壁を通り抜ける！
7. 6/19 波動関数は何を表すか？波動関数の確率解釈：山に籠って、考えただけでノーベル物理学賞を受賞した人がいるんです！思考実験と言います。
8. 6/26 水素原子- 1（角度 Φ 方向波動方程式の解法）：材料に直結した問題に進みますね。これを理解すれば、物質の性質を基本から理解できます。
9. 7/3 水素原子- 2（角度 Θ 方向波動方程式の解法）
10. 7/10 水素原子- 3（動径 r 方向波動方程式の解法）



11. 7/17 角運動量：材料系に密接な、磁石とかスピンの関係する問題です。
12. 7/24 演算子・固有値・固有関数：頭の整理に数学的な理解です。
13. 7/31 不確定性原理と交換子：2つの物理量は同時に決められるか？：未来の可能性を計算できるのです！
14. 8/7 電子スピン、粒子の分布関数：物質も人間の行動も、統計的な分布関数に従っているのです。
15. ?? 定期試験予定：実施詳細は未定です。





◎光の粒子性と物質の波動性

この講義ではひとつの電子の振る舞いを明らかにします。

電子という非常に小さな物質の世界の動きを支配する、古典ニュートン力学を拡張した量子力学について具体的に計算できることが目的です。

講義の中では、水素原子も扱います。水素原子は陽子1個と電子1個から成り立っています。ですから厳密に言えば、電子1個の1体問題ではなく、電子と陽子の2体問題です。しかし陽子は電子の約1800倍の質量を持っているから、電子の動きはほとんど陽子に影響を及ぼさないので、ほとんど1体問題と考えられます。

◎光の粒子性

なぜ電子の振る舞いを勉強するのに、光の話が出てくるか。電子の振る舞いを量子力学で明らかにすると、電子が光に変わり、光が電子を発生させる、電子と光が互いに生成・消滅を引き起こすためです。これが**CD**や**DVD**ピックアップ、光通信に使われている半導体レーザーの動作原理そのものです。

光は電磁波つまり電波と同じものです。中波の **NHK** 第一放送では **891KHz** (891 キロ・ヘルツ @仙台) という周波数の電波を使っています。これは大体波長が **340m** の波です。波長はギリシャ語の λ (ラムダと読みます) で表します。 λ は英語のエルlに対応します。

周波数と波長の関係は

$$\lambda[m] = \frac{300}{f[MHz]}$$

という関係から計算されます。300は真空中の光速からくる値です。**KHz**キヘルツの**K**は1000を表します。**MHz**の**M**はそのまた1000倍です。このように1000倍ずつ増えるごとに、**K**キ、**M**メガ、**G**ギガ、**T**テラ・・・と表します。**GHz**は大体携帯電話が使っている周波数帯です。

光は電波と同じ波ですが、ラジオや携帯電話で使われている電波よりも、ずっと波長が短い電波、つまり周波数が高い電波です。



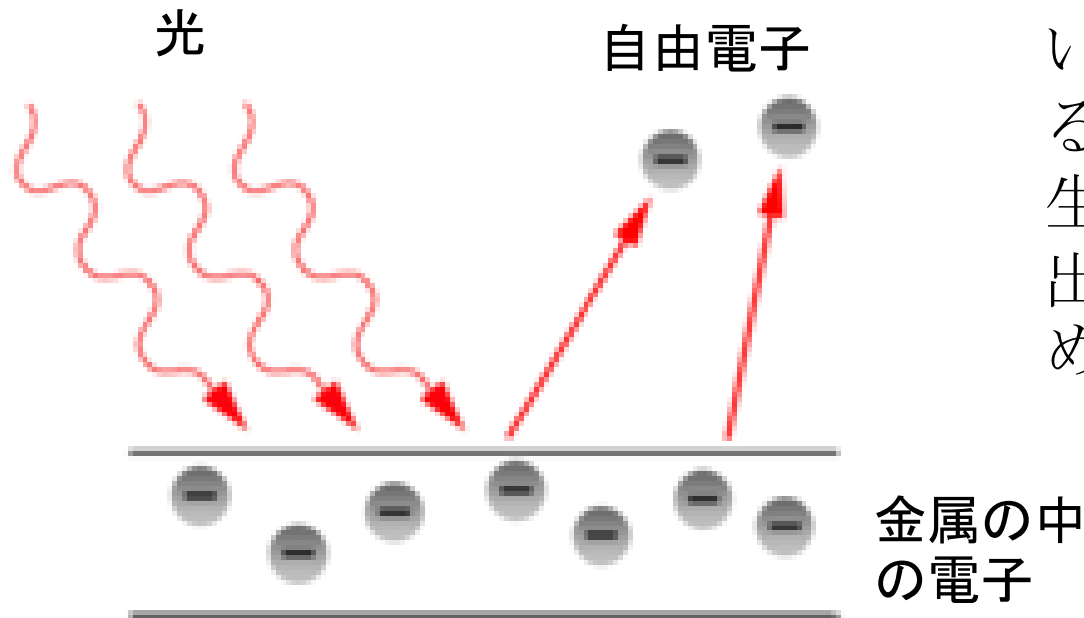
どれくらい波長（＝一回波が振動する時、進む距離）が短いか・・・、赤い色の光は大体0.6ミクロンくらいの波長を持っています。ミクロンは 10^{-4}cm ですから 10^{-6}m の波長となります。青色はもっと波長が短く大体0.4ミクロンくらいの波長となります。大体、人間の髪の毛の太さが100ミクロンくらいですが。つまり波長が短くなるに従って、赤色から青色になります。黄色や緑はその中間です。

光はこのように通常は波として捉えられてきましたが、波として考えていては理解できない現象が発見されてきました。これが量子力学の始まりです。

光を波ではなく、粒子として考えることで初めてその現象が説明できます。光を粒子として考えるとき、それを光子（フォトン：photon）といいます。代表的な物理現象を2つ紹介します。



光電効果



真空中、つまり宇宙空間のように空気などが無い状態の中に金属板を置いて、金属に光を当てると、ある条件の光では金属表面から電子が発生します。これを**光電効果**といいます。光の検出器に使われる原理です。この実験結果をまとめると次のようになります。

「アインシュタイン」が「ノーベル賞」を受賞したのは、「特殊・一般相対性理論」ではなく、1905年「光電効果の法則」で受賞しています。

光電効果の法則の発見により1921年、ノーベル物理学賞
(アルバート・アインシュタイン)

Ann. Phys. (Berlin): 17 (1905) 132-148

Ann. Phys. (Berlin): 20 (1906) 199-206

Ann. Phys. (Berlin): 22 (1907) 180-190

Phys. Z.: 10 (1909) 185-193

Verh. der Deutschen Physikal. Gesellschaft: 18 (1916) 318-328

Phys. Z.: 18 (1917) 121-128

第一に、電子が出てくるためにはある一定以上の周波数：振動数 ν_0 とも言います、の光が必要である。周波数は電気通信の世界では通常 f で表しますが、物理の世界では振動数を通常 ν (ギリシャ文字のニューです) で表します。英語の n に対応します。

第二に、振動数が ν_0 以下であると、つよい光を当てても電子は金属表面から出てこない。

第三に、光の振動数が ν_0 以上のとき、光の強さと出てくる電子の数は比例する。

金属から電子が真空中に出てくるとするのは、金属中の電子が、金属の仕事関数の電位障壁を越えて飛び出してくると考えられます。このとき、**電子が超えなければならない電位障壁：これを仕事関数といいます**が、これは金属の種類によって違っていて、タングステンWでは4.55eV（エレクトロンボルト）、アルミニウムでは4.28eV、ナトリウムNaでは2.75eVです。



eV（エレクトロンボルト）とはエネルギーの単位で、電子1個を1Vの電圧で加速したエネルギーであるので、

$$1eV = 1.602 \times 10^{-19} C \times 1V = 1.602 \times 10^{-19} J \quad (\text{ジュール})$$

となります。

この光電効果を合理的に説明するためには

- ▶ 光は振動数によって決まるエネルギーの“塊”をもっている
 - ▶ 仕事関数より大きなエネルギーの光を金属表面に当てたときに電子が発生する
 - ▶ その電子の数は光エネルギーの塊の数に比例する
- と考えると説明できそうです。

つまり光はエネルギーの塊としてのフォトン（光子）という、いわば粒子的な性質を併せ持つもつと考えると、この光電効果を説明できるように思われます。このときフォトンのエネルギーは振動数と

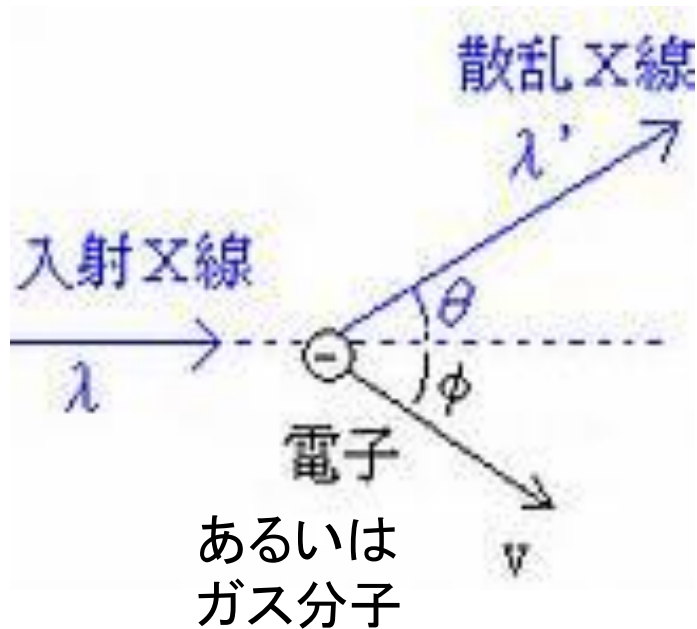
$$E = h\nu$$

という関係を持っています。ここで h はプランク定数と呼ばれます。最初にフォトンという光の粒子性を考えた（これを**光量子仮説**といいます）マックス・プランクという科学者によるもので、

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

という値と単位を持ちます。

◎コンプトン散乱



X線も光の一つ。光が粒子のように電子等と衝突して運動量を失い、エネルギーが小さな光として散乱される。
=光の粒子性

1927年 ノーベル物理学賞

彼に因んで命名されたコンプトン効果の発見

これは詳しくは説明しませんが、X線（これも光＝電波＝電磁波と同じ波です）と電子の衝突現象として理解できます。“X線”、これは光と同じ波ですが、極めて波長が短い光で、波長が大体オングストローム（ 10^{-10}m ）程度の光です。このX線を原子に当てると、波長が変化しない散乱されたX線も検出されますが、波長が変化して散乱されるX線も観察されます。この波長が変化する散乱現象を**コンプトン散乱**といいます。

波長が変化しない散乱がおこることは、これは例えば電波が金属板に反射されていわば散乱するのと同じように考えられます。これは光の波の性質で説明ができます。

しかし波長が変化する散乱については、このような考えでは説明できません。これはX線という光が固まりとして原子の中の電子と運動量保存の原則を保ったまま衝突することから理解できます。つまりX線という光がエネルギーの塊としてのフォトンとして電子と衝突してエネルギーを電子へ衝突現象を通じて渡し、その結果X線の波長が変化するという、光の粒子性を示す現象です。光をエネルギーの塊としてのフォトンという粒子と考えると都合よく現象を説明できます。

例題を参照してください。

例題 1eVの光の波長は何ミクロン (μm) か、何オングストローム (Å) か？

答え： $\lambda = \frac{hc}{E}$ から求める。波長は $1.23\mu\text{m}$ 、 12399\AA となる。これは目には見えない赤外線的光。赤外線でも比較的波長が短い「近赤外線」と呼ばれます。

問題：目に見える光、これを可視光といますが、これは波長が 0.38 から $0.77\mu\text{m}$ です。個人差はあります。これはエネルギーとしては何eVから何eVか？

答え： $E = \frac{hc}{\lambda}$ から求める。 $1.61 \sim 3.26\text{eV}$ の範囲。

問題：タングステンの仕事関数は 4.55eV である。タングステンの表面から光電効果で電子を取り出すためには、振動数あるいは周波数がいくつ以上の電磁波が必要か？

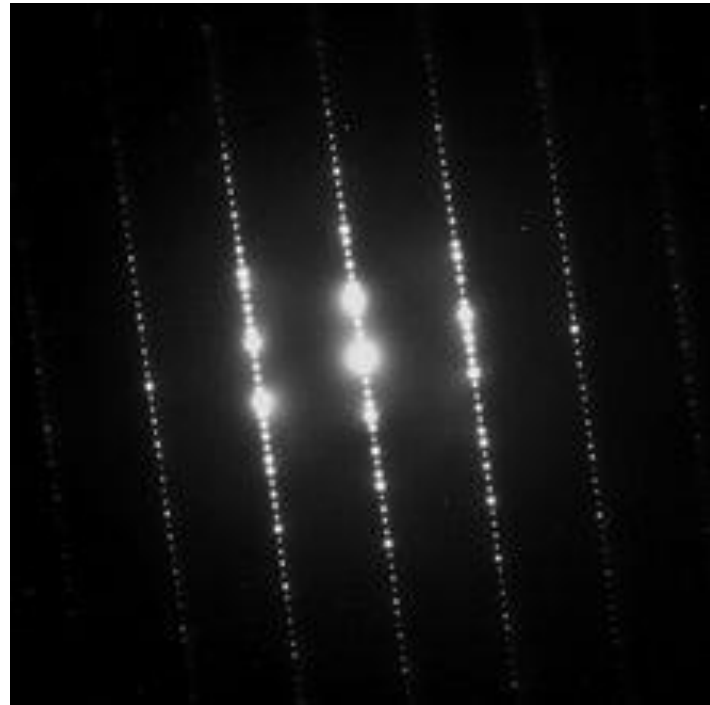
答え： $\nu_0 = \frac{4.55\text{e}}{h}$ であるから、 $1.1 \times 10^{15}/\text{秒}$ の振動数。これは波長 $0.2725\mu\text{m}$ の光となり、青色

より波長が短く、目に見えない紫外線という光の領域になります。

◎物質の波動性

電子は普通の考え・古典的な考えでは粒子と考えられます。しかし、その粒子性では説明できない現象を説明するため、**物質波という仮説がド・ブロイによって提出**されました。

この仮説によると、電子のような物質も、波の性質を示して、干渉つまり二つ以上の波の「うなり」が生じるというものです。



TEMの並列電子ビームによって得られる典型的な電子回折パターン

粒子と考えられていた電子でも、光のように回折現象が発見された＝物質の波動性

例えば二つの狭いスリットを通して二つの光を干渉させると、スリットの間隔を $x_1 - x_2$ として、 $x_1 - x_2 = n\lambda$ という関係を満たすときに、二つの光は強め合っ

$$x_1 - x_2 = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

のときに弱めあう、干渉が生じます。

そしてスリットの間隔が波長 λ に近いと、その干渉効果は最もよく現れます。これは波である光の実験です。しかし粒子である電子でも同じように干渉が現れます。つまり粒子である電子も波としての性質を示します。これは実際、材料を原子スケールで観察する電子顕微鏡や、表面の原子の並び方を見ることが出来る電子線回折などで使われています。

次週は、この物質波、電子の波としての性質をもう少し立ち入って説明します。