

【 数学-1 】

以下の問に答えよ.

問1 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y\}$ として次の広義2重積分を計算せよ.

ここで, 近似増加列 $\{D_n\}$ として, $D_n = \{(x, y) \mid 0 \leq x, 0 \leq y, x+y \leq n\}$ を用いよ.

$$\iint_D \frac{1}{(x+y+1)^3} dx dy$$

問2 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - x - 1}{\sin x}$$

問3 次の関数の $x = \frac{\pi}{2}$ での Taylor 級数を x^3 の項まで求めよ.

$$f(x) = \cos x + x \sin x$$

【 数学-2 】

xyz 直交座標系のベクトルに関して、以下の問に答えよ。

- 問1 原点を O とする座標空間内に 3 点 $A(1, -2, 2)$, $B(3, 1, -1)$, $C(1, 1, 1)$ があり, $\mathbf{a} = \overrightarrow{OA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{OB}$, $\mathbf{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく. $\triangle ABC$ の面積ベクトル \mathbf{S} が,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}(\mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{b} \times \mathbf{c} + \mathbf{c} \times \mathbf{a})$$

で表されることを使って $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ.

- 問2 ベクトル場 $\mathbf{F}(x, y, z) = x^2y\mathbf{i} - 2xz\mathbf{j} + 2yz^2\mathbf{k}$ について, 点 $(1, -1, 2)$ における $\text{div}\mathbf{F}$, $\text{rot}\mathbf{F}$, $\text{rot}(\text{rot}\mathbf{F})$ を求めよ. ただし, \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} は単位ベクトルである.

- 問3 2次正方行列 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.

【 物理－ 1 】

振り子の運動に関して、以下の問に答えよ．ただし、おもりの変位は振り子の長さ L に比べて非常に小さく、角度 θ は水平方向の変位 x に対して次のようにおける．

$$\sin\theta = \theta = \frac{x}{L} \quad \dots\dots (1)$$

垂直方向の変位は重力による復元力を求めるときのみ考慮すればよく、おもりの座標は x のみで記述できるものとする．また、糸の重さと空気抵抗は無視でき、重力の加速度の大きさを g とする．

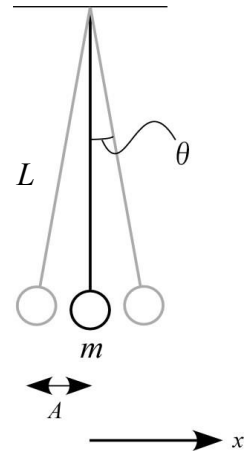


図 1

問 1 図 1 に示すように質量 m のおもりを x 方向に微小量 A だけずらし、手を離れたときの運動方程式を示せ．また、角振動数 ω ならびに振動の周期 T を求めよ．

問 2 同じ質量 m のおもり 1 と 2 をバネ定数 k のバネでつないだ．以下の問に答えよ．
ただし、図 2 に示すように、静止した状態ではバネの伸縮はない．

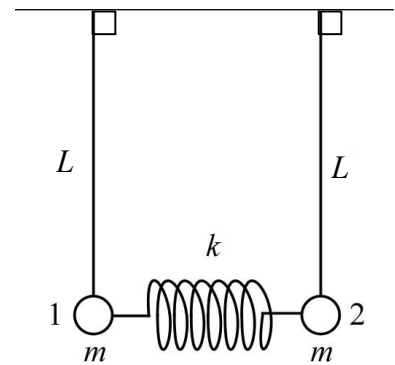


図 2

(a) おもりに x 方向の変位をあたえることで、二つのおもりは、図 3 に示すように振動する．それぞれのおもりの運動方程式を示せ．
ただし、二つのおもりの変位を x_1, x_2 とする．

(b) それぞれのおもりの変位が次の x_1, x_2 で表現できるとして、運動方程式に代入することにより、角振動数 ω を求めよ．ただし X_1, X_2 は最大振幅を示す定数、 α_1, α_2 は位相を表す定数である．

$$\begin{aligned} x_1 &= X_1 \sin(\omega t + \alpha_1) \\ x_2 &= X_2 \sin(\omega t + \alpha_2) \end{aligned} \quad \dots\dots (2)$$

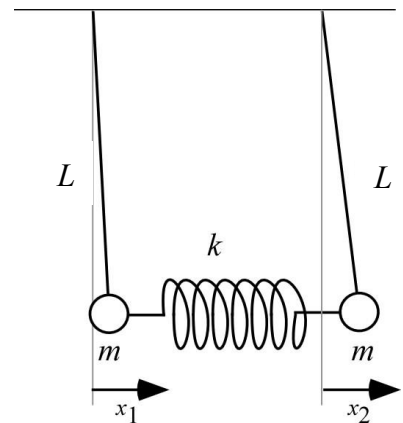


図 3

(c) 得られた 2 つの角振動数を ω_1, ω_2 とおき、それぞれの固有振動状態について X_1 と X_2 の関係を求めることにより、振動の状態を図示せよ．

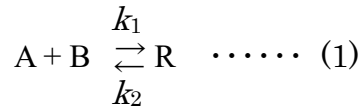
【 物理-2 】

電磁波について以下の問に答えよ．なお，電束密度は \mathbf{D} ，分極は \mathbf{P} ，電場は \mathbf{E} ，磁束密度は \mathbf{B} ，磁気分極は \mathbf{J} ($=\mu_0\mathbf{M}$: \mathbf{M} は磁化の強さ)，磁場は \mathbf{H} ，電荷量は Q ，電荷密度は ρ ，電流の大きさは I ，電流密度は \mathbf{i} で表し，真空の誘電率を ϵ_0 ，真空の透磁率を μ_0 とする．

- 問1 電気と磁気の現象を理論的に体系づけたものに4式から構成されるマックスウェルの方程式がある．各式を微分形で示すとともに，各式で表される法則について説明せよ．
- 問2 電束密度 \mathbf{D} を分極 \mathbf{P} と電場 \mathbf{E} で表す関係式，また，磁束密度 \mathbf{B} についても磁気分極 \mathbf{J} と磁場 \mathbf{H} で表す関係式を，それぞれ示せ．さらに，それらの関係式が真空中では，どのようになるかを示せ．
- 問3 電場と磁場は一般に空間変数 (x, y, z) と時間変数 t の4変数関数であるが，今，これらが z と t だけの2変数関数であるとする．さらに真空中でかつ電荷，電流が存在しないと仮定して微分形のマックスウェルの方程式から電磁波の存在を説明せよ．また，電磁波の電場と磁場はいずれもその進行方向に垂直の成分のみをもつ横波であることも示せ．
- 問4 問3に示した電磁波における電場の強さと磁場の強さの比，すなわち真空の特性インピーダンスはどのように表されるかを示せ．
- 問5 問3に示した電磁波の進行方向に垂直な単位面積を単位時間に通過するエネルギー \mathbf{S} (ポインティング・ベクトル) が $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ で表されることを示せ．

【 化学－ 1 】

A, B, C を含む溶液をある条件で反応させたところ, 中間生成物 R を介して以下の反応にしたがって D が生成した.



ここで, k_1 , k_2 , k_3 は各反応速度定数である. 式(1), 式(2)以外の反応は起こらないとし, 反応はすべて均一液体反応であるとしたとき, 以下の問に答えよ.

- 問 1 各成分濃度を[A], [B], [R], [C], [D]としたとき, R の生成速度 $d[R]/dt$ と D の生成速度 $d[D]/dt$ を, それぞれ各成分濃度の関数として示せ.
- 問 2 中間生成物 R に関して定常状態法が適用できると仮定したとき, 定常状態における R の濃度を各成分濃度と速度定数の関数として示せ.
- 問 3 R に関して定常状態法が適用できると仮定したとき, D の生成速度を A, B, C の濃度の関数として示せ.
- 問 4 一定温度のもとで反応速度を実験的に測定したところ, D の生成速度は C の濃度が十分大きいときには C の濃度に依存しないことがわかった. このことから推定される D の生成反応機構について, 速度式を用いて説明せよ.
- 問 5 問 4 の実験条件から徐々に C の初期濃度のみを減少させて繰り返し実験を行ったところ, D の生成速度は C の濃度が希薄なときには A, B, C の濃度に関する 3 次反応となった. この理由を速度式を用いて説明せよ.

【 化学－ 2 】

アルカリハライドは、アルカリ金属とハロゲンで構成されるイオン結晶である。
アルカリハライドおよびその格子欠陥に関する以下の問に答えよ。

- 問 1 アルカリ金属およびハロゲンにはどのような元素があるか、それぞれ 4 つずつ示せ。
- 問 2 アルカリハライドにおけるショットキー欠陥とフレンケル欠陥とはどのようなものかを、図を用いて説明せよ。
- 問 3 アルカリハライドでは色中心または着色中心と呼ばれる格子欠陥を作り、紫色などの色を呈することがある。アルカリハライドにおける代表的な色中心である F 中心により色を呈する機構を説明せよ。
- 問 4 アルカリハライド中に F 中心などの色中心を生成させるためには、非化学量論組成にする必要がある。そのための方法について説明せよ。
- 問 5 F 中心の濃度を評価するためにアルカリハライドの吸収係数を測定することがある。その吸収係数を評価するための Lambert-Beer の法則を式で表せ。ただし、式中で用いた変数の意味を説明すること。

【 材料化学-1 】

クロム(Cr)の窒化反応(式(1))を考える．式(1)の反応に伴う標準ギブス自由エネルギー変化($\Delta G^\circ(\text{Cr}_2\text{N})$)は式(2)で表される． T は絶対温度である．以下の問に答えよ．



$$\Delta G^\circ(\text{Cr}_2\text{N}) = -120000 + 72T \quad (\text{J}) \quad \dots\dots (2)$$

ただし，標準状態は，凝縮相に関しては純物質，気体に関しては 1 気圧 [atm]の気体状態とする．また， $\text{Cr}_2\text{N(s)}$ は純物質とする． Cr(s) および $\text{Cr}_2\text{N(s)}$ は相変態しないものとする．気体定数 $R = 8.3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$ ， $\ln 10 = 2.3$ とする．

問 1 1 気圧 [atm]の窒素ガス雰囲気中，温度 1000 K において，(a)，(b)それぞれの場合に式(1)の反応は，左右どちらに進行するか，理由とともに示せ．

(a) Cr(s) の活量が 1 の場合

(b) Cr(s) の活量が 0.01 の場合

問 2 Cr-N系の窒化物には Cr_2N の他に CrN の存在も知られている．窒化反応式を式(3)に，式(3)の反応に伴う標準ギブス自由エネルギー変化($\Delta G^\circ(\text{CrN})$)を式(4)に示す．1 気圧 [atm]の窒素ガス雰囲気中において，(a)，(b)それぞれの場合に純粋な固体 Cr 上でどのような窒化物種が形成されるか，理由とともに示せ．ただし， CrN(s) は純物質で，相変態しないものとする．



$$\Delta G^\circ(\text{CrN}) = -110000 + 75T \quad (\text{J}) \quad \dots\dots (4)$$

(a) 温度が 1000 K の場合

(b) 温度が 1400 K の場合

【 材料化学 - 2 】

天然に産する炭素の結晶体としては、ダイヤモンドとグラファイトが有名である。ダイヤモンドとグラファイトについて、以下の間に答えよ。なお問1に関して、有効数字は3桁で解答せよ。

問1 ダイヤモンドとグラファイトの298 K, 1 atmにおけるモル燃焼熱、モルエントロピーおよびモル体積を表1に与える。

表1

| | ダイヤモンド | グラファイト |
|--|---------|---------|
| モル燃焼熱 (kJ·mol ⁻¹) | -395.41 | -393.51 |
| モルエントロピー (J·K ⁻¹ ·mol ⁻¹) | 2.439 | 5.694 |
| モル体積 (cm ³ ·mol ⁻¹) | 3.419 | 5.315 |

- (a) 298 K, 1 atm で、ダイヤモンドがグラファイトに変化するときのエンタルピー変化を計算せよ。
- (b) 298 K, 1 atm で、ダイヤモンドがグラファイトに変化するときのギブス自由エネルギー変化を計算せよ。
- (c) 式(1)を用いてダイヤモンドとグラファイトが298 Kで平衡にある圧力を計算せよ。式(1)中の ΔG はギブス自由エネルギー変化, P は圧力, ΔV は体積変化である。ただし、モル体積の圧力による変化は無視する。1 atm を $1.01 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ とせよ。

$$\left(\frac{\partial \Delta G}{\partial P}\right)_T = \Delta V \quad \dots\dots (1)$$

問2 ダイヤモンドは立方(等軸)晶系に属する。図1に示す様に C 原子は 0 0 0; 1/2 1/2 0; 0 1/2 1/2; 1/2 0 1/2; 1/4 1/4 1/4; 1/4 3/4 3/4; 3/4 1/4 3/4; および 3/4 3/4 1/4 の位置に存在する。

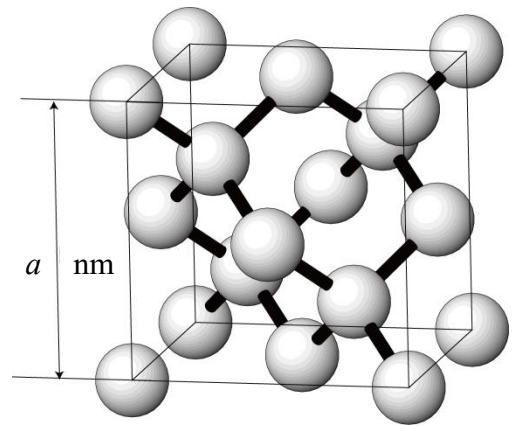


図1

- (a) ダイヤモンド構造において、最近接原子は互いに接していると考えよ。このとき、原子の半径 r [nm] と立方格子の格子定数 a [nm] との関係を表せ。
- (b) 原子を理想的な剛体球と考えた場合、ダイヤモンド構造を形成する原子の体積の総和と結晶全体の体積の比率(パッキング指数)を、円周率 π を用いて表せ。
- (c) ダイヤモンド構造を有する Si は、高温で融解すると結晶よりも密度が大きくなることが知られている。その理由を説明せよ。

【 材料物性－ 1 】

強誘電体の相転移を自由エネルギー G を用いて考える．強誘電体の自由エネルギー G を，温度 T ，分極 P ，外部電場 E を用いて，式(1)で表す．

$$G = G_0 + \frac{A}{2}(T - T_0)P^2 + \frac{B}{4}P^4 - EP \quad \dots\dots (1)$$

ここで， G_0 ， A ， B ， T_0 は正の定数であり， E は十分小さいとする．熱平衡状態では， G を最小にする分極 P_{eq} が生じる．温度 T を変化させたときに生じる相転移について，以下の問に答えよ．

まず，外部電場 $E = 0$ の場合を考える．

問 1 G のグラフの概形を，横軸を P として $T > T_0$ と $T < T_0$ の場合に分けて描け．

問 2 現れる分極 P_{eq} を $T > T_0$ と $T < T_0$ の場合に分けて求めよ．

問 3 分極 P_{eq} のグラフの概形を横軸を T として描け．

次に，小さい正の外部電場 E を加えたときの電気感受率 $\chi = \frac{\partial P}{\partial E}$ を求める．

問 4 G を最小にする条件から，

$$\frac{\partial P}{\partial E} = \frac{1}{A(T - T_0) + 3BP^2} \quad \dots\dots (2)$$

の関係が得られることを示せ．

問 5 式(2)において，近似として問 2 で求めた $E = 0$ の場合の P_{eq} を用いて，電気感受率 χ を $T > T_0$ の場合と $T < T_0$ の場合に分けて求めよ．

問 6 電気感受率 χ のグラフの概形を横軸を T として描け．

【 材料物性－ 2 】

Al を高純度 Si 単結晶の平滑な清浄表面へ蒸着し，その後一定温度に保持することで Si への Al のドーピングを行った．このとき，ドーピング熱処理の開始から時間 t_1 経過後の Si 表面から距離 z の位置における Al の濃度 c_{Al} は，図 1 のとおりとなった．ここで，Si 表面における Al 濃度 c_0 は熱処理中常に一定であり，Si 中 Al の相互拡散係数の組成依存性は無視しうるほど小さいものとする．以下の問に答えよ．

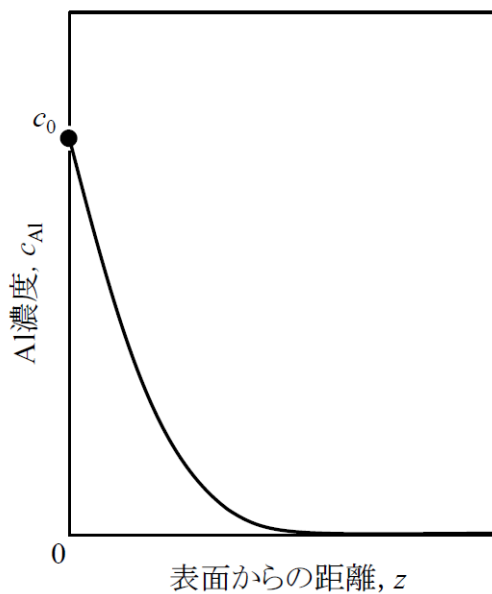


図 1 $t = t_1$ における高純度 Si 中の Al の濃度分布

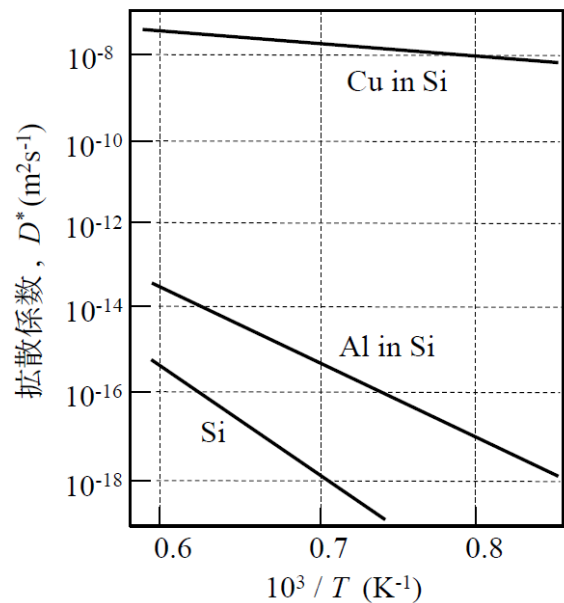


図 2 純 Si の自己拡散係数 (D^*_{Si})，Si 中 Al および Cu の不純物拡散係数 (D^*_{Al} および D^*_{Cu}) と温度 (の逆数) との関係

- 問 1 図 1 の濃度プロファイルにおいて，Al の流束が最も大きくなる位置について答えよ．また，Fick の第 1 法則を用いてその理由を記せ．必要なら答案用紙に作図して解答に用いてもよい．
- 問 2 このまま熱処理を続けると (すなわち， $t > t_1$)，Al はより深い位置まで浸透するので濃度プロファイルはなだらかになる．このとき，Al 濃度が時間に対して最も激しく変化すると考えられる位置について答えよ．また，Fick の第 2 法則を用いてその理由を記せ．必要なら答案用紙に作図して解答に用いてもよい．
- 問 3 Si にわずかな Al をドーピングしたときに得られる半導体のタイプ (n 型か p 型) を答えよ．また，そのようなタイプとなる理由を記せ． (裏へ続く)

- 問4 蒸着後，温度 $T=1250\text{K}$ で3分間ドーピング熱処理を施したときのAlの平均浸透深さ（平均変位）を算出せよ．計算の根拠となる式と途中経過も明記すること．なお，Si中のAlの相互拡散係数は，不純物拡散係数 D_{Al}^* に近似できるものとする． D_{Al}^* は，図2から読み取れ．
- 問5 Si中のCuの不純物拡散係数 D_{Cu}^* と温度との関係は，図2中に示されるとおりである．この図より，Cuの不純物拡散機構はSiの自己拡散機構とは大きく異なるものと推測される．Si中のCuの不純物拡散に関して可能性の高い機構を答えよ．また，拡散の（見かけ上の）活性化エネルギーの観点も含めその理由についても記せ．なお，Siの自己拡散は空孔拡散機構によると考えられている．

【 材料加工-1 】

図1に示すような高さ h 、幅 b 、長さ L の断面が一様で水平な片持ちはりがあり、自由端を原点として、はりの軸方向右向きに x 軸、それに垂直下向きに y 軸をとる。作用している三角形の分布荷重を $w=(w_0/L)(L-x)$ 、はりの材料の縦弾性係数を E 、中立軸における断面二次モーメントを I とし、以下の問に答えよ。ただし、はりの質量は無視できるものとする。

- 問1 x の位置でのせん断力を F 、曲げモーメントを M としたとき、 F と M の関係式を求めよ。また、せん断力線図と曲げモーメント線図を描け。
- 問2 長方形断面の中立軸に対する断面2次モーメント I を b と h を用いて表し、はりにかかる最大曲げ応力を求めよ。
- 問3 はりのたわみ y およびたわみ角 θ を表す式を求め、最大たわみ y_{\max} とその位置を答えよ。

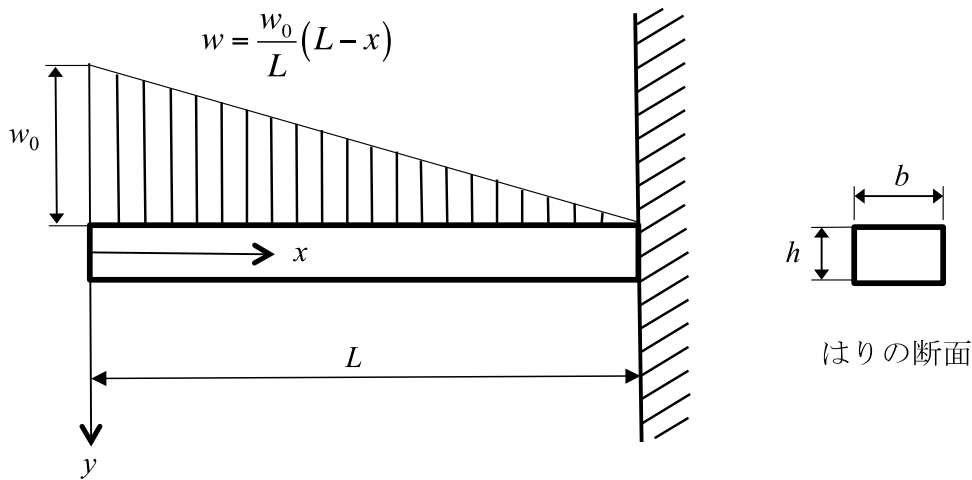


図1

【 材料加工-2 】

純金属多結晶材において、冷間での塑性加工後、高温に加熱して焼きなました場合の微細組織および機械的特性の変化について、以下の問に答えよ。

- 問 1 冷間加工を施した場合には、一般に金属材料は硬くなる（すなわち、加工硬化する）が、加工度の増大にともなう硬化の度合い（加工硬化率）は低下する。このような加工硬化現象、および加工硬化率の低下のそれぞれについて、その原因を転位の運動に関連させて説明せよ。
- 問 2 fcc 金属において積層欠陥エネルギーが増大すると、一般に加工硬化率は低くなる。このことを、積層欠陥エネルギーの変化にともなう転位の運動の違いに関連させて説明せよ。
- 問 3 冷間加工した金属を焼きなました場合の焼きなまし温度と硬度との関係を、模式的に示せ。ただし、焼きなまし温度での保持時間は一定とする。
- 問 4 焼きなまし処理による組織変化には、回復、再結晶および粒成長がある。これらの現象の特徴と駆動力、および問 3 で示した模式図との関係について述べよ。
- 問 5 再結晶は、粗大結晶材に対して結晶粒の微細化および高強度化を図る主要手段の 1 つである。冷間加工および焼きなまし処理における各プロセス因子（冷間加工度、焼きなまし温度、焼きなまし時間、焼きなまし温度への加熱速度）について、結晶粒の微細化に有効と思われる条件をその理由とともに述べよ。