

【 数学－ 1 】

以下の問に答えよ.

問 1 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x - \sin x}{2x^3} \right)$$

問 2 次の関数  $y(x)$  を  $x$  で微分せよ.

$$y(x) = x^{(x+\cos x)} \quad (x > 0)$$

問 3 次の関数  $y(x)$  に関する微分方程式の一般解を求めよ.

(a)  $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 8y = 0$

(b)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - y}{x - 2y}$  (変数変換法  $t(x) = x - 2y(x)$  を利用せよ.)

問 4 次の定積分を計算せよ.

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{5 - 3\cos\theta} d\theta$$

【 数学－ 2 】

以下の問に答えよ.

問 1 直線  $L$  を  $x/3 = -y/5 = z/4$ , 平面  $S$  を  $4x + 5y - 3z - 50 = 0$  とするとき, 直線  $L$  と平面  $S$  のなす角を求めよ.

問 2 次の行列の固有値と固有ベクトルを求めよ. ただし,  $i = \sqrt{-1}$  は虚数単位である.

$$\begin{pmatrix} 3 & -i \\ 2i & 1 \end{pmatrix}$$

問 3  $\mathbf{F} = yz\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + xyz\mathbf{k}$ ,  $f = xy^2z$  のとき,  $\nabla \cdot \mathbf{F}$  および  $\mathbf{F} \cdot \nabla f$  を求めよ. また, 座標  $O(0,0,0)$  から座標  $P(1,1,1)$  への曲線  $C: \mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$  ( $0 \leq t \leq 1$ ) に沿う線積分

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

を求めよ. ただし,  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  は  $xyz$  正規直交座標系の単位基底ベクトルである.

## 【 物理－ 1 】

図 1 に示すような断面をもつ無限に長い中心円柱導体 I と円筒殻状導体 II により構成された、同軸線路がある。中心円柱導体 I の半径は  $r_1$ 、円筒殻状導体 II の内径を  $r_2$  とする。ただし、 $r_1 < r_2$  であり、円筒殻状導体 II の厚さは  $r_2$  と比べて極めて小さく無視できる。また、同軸線路の端部の効果は無視するものとする。中心円柱導体 I と円筒殻状導体 II の間の領域 III は、導電率  $\sigma$  で比誘電率  $\varepsilon$  の媒質で満たされており、中心円柱導体 I と円筒殻状導体 II の間の電位差は  $V$  に保たれている。真空の誘電率は  $\varepsilon_0$  である。この同軸線路について、以下の問に答えよ。

- 問 1 この同軸線路の中心円柱導体 I と円筒殻状導体 II 間の単位長さ当たりの電気抵抗  $R$  を求め、同軸線路の中心円柱導体 I と円筒殻状導体 II 間に流れる単位長さあたりの電流を求めよ。
- 問 2 この同軸線路の中心円柱導体 I と円筒殻状導体 II 間の単位長さ当たりの静電容量  $C$  を求めよ。
- 問 3 問 1 と問 2 で得られた電気抵抗  $R$  と静電容量  $C$  を用いて、この同軸線路の  $CR$  時定数を求めよ。インダクタンスの効果は無視できるものとする。

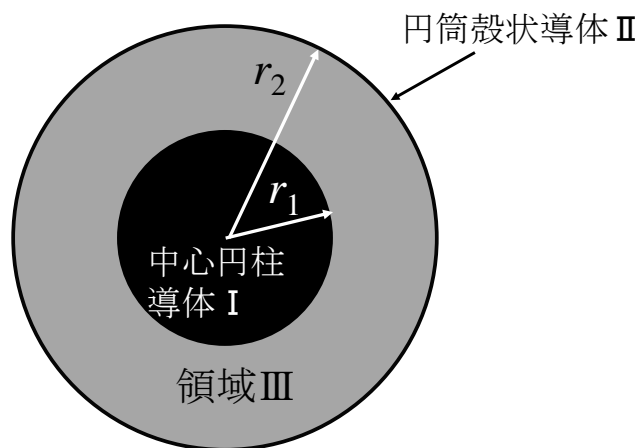


図 1 無限に長い中心円柱導体 I と円筒殻状導体 II により構成された、同軸線路の断面図。

## 【 物理－ 2 】

図 1 のように、板に距離  $d$  おきにスリットが空けられており、波長  $\lambda$  の単色平行光が板面の法線方向から照射され、板の反対方向に回折波が生じている。次の間に答えよ。

問 1 板が不透明な材質で作られているとする。板の法線方向から  $\theta$  だけ傾いた十分遠方の位置で回折波が観察された。

- (a)  $\theta$  と  $\lambda$  の関係、すなわち回折条件を表す方程式を、整数  $m$  を用いて示せ。なお、スリットの幅は  $d$  より十分小さいとする。
- (b) スリットの幅が  $d/2$  である場合を考える。すなわち、図 2 のように板面に沿って  $x$  軸をとると、スリットからの回折波の電場  $E$  は

$$E(x) \propto \begin{cases} \exp\left(i\frac{2\pi x \sin\theta}{\lambda}\right) & \left(0 \leq x \leq \frac{d}{2}\right) \\ 0 & \left(\frac{d}{2} \leq x \leq d\right) \end{cases}$$

の繰り返しで書けるので、これを積分し、さらに問 1 (a) の回折条件を加えることで、回折波の強度を調べることができる。ここで、 $i = \sqrt{-1}$  である。回折波が表れるために、問 1 (a) の整数  $m$  に加わる条件を述べよ。

問 2 板が、波長  $\lambda$  の光に対して屈折率  $n$  を持ち、強度を減衰させない透明な材質で作られているとする。

- (a) スリットを通る光と板を透過する光の間に生じる位相差  $\phi$  を、 $\lambda$ 、 $n$ 、および、板の厚さ  $t$  を用いて表せ。なお、板は空気中（屈折率 = 1）にあるとする。
- (b) このような場合でも回折波が現れる。スリットの幅が  $d/2$  であるとして、回折波の強度が、 $\phi = \pi$  のときに最大となることを示せ。

(次ページに続く)

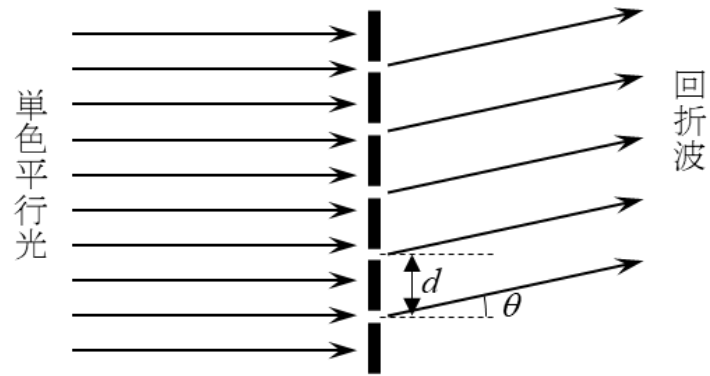


図1 スリットによる回折波の発生の様子.

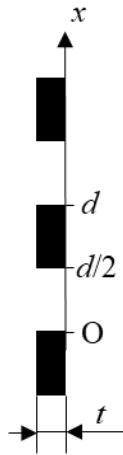


図2 スリット幅  $d/2$  の板に沿った座標  $x$  の定義.

## 【 化学－ 1 】

van der Waals の状態方程式

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right) \left(\frac{V}{n} - b\right) = RT$$

にしたがう気体 1 mol を作業物質とする、カルノーサイクルに関する以下の間に答えよ。ただし、 $P$  は圧力、 $V$  は体積、 $n$  はモル数、 $T$  は絶対温度、 $R$  は気体定数、 $a$  および  $b$  は定数とする。また、定容モル比熱  $C_V$  は温度によらず定数とし、 $n=1$  とする。

カルノーサイクルは、次のように考えることができる。ただし、以下の過程で凝縮することはない。

過程 (1) 等温膨張：状態 1 ( $P_1, V_1, T_1$ ) から状態 2 ( $P_2, V_2, T_1$ ) への変化

過程 (2) 断熱膨張：状態 2 ( $P_2, V_2, T_1$ ) から状態 3 ( $P_3, V_3, T_2$ ) への変化

過程 (3) 等温収縮：状態 3 ( $P_3, V_3, T_2$ ) から状態 4 ( $P_4, V_4, T_2$ ) への変化

過程 (4) 断熱収縮：状態 4 ( $P_4, V_4, T_2$ ) から状態 1 ( $P_1, V_1, T_1$ ) への変化

問 1 内部エネルギー  $U$  に対する次の関係式が成り立つことを示せ。

$$dU = C_V dT + \frac{a}{V^2} dV$$

必要であれば次の Maxwell の関係式を用いよ。ただし、 $S$  はエントロピーとする。

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

問 2 エントロピーに対する次の関係式が成り立つことを示せ。

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \frac{R}{V-b} dV$$

問 3 過程 (1) ならびに過程 (3) で系が吸収する熱量  $Q_1$  ならびに  $Q_2$  を求めよ。

問 4 過程 (2) ならびに過程 (4) のエントロピー変化に基づき、次の関係式が成り立つことを示せ。

$$\frac{V_2 - b}{V_1 - b} = \frac{V_3 - b}{V_4 - b}$$

問 5 問 3 および問 4 で求めた関係式を用いて、このカルノーサイクルの効率  $\eta$  を求めよ。

## 【 化学－ 2 】

ある溶液中での物質 A の反応は，反応条件の違いにより



または



の経路で生じ，いずれの反応も反応速度は反応物質の濃度に対する一次反応で表されることが知られている．以下の問に答えよ．なお，反応は溶液を反応容器内に封入して行っており，上記以外の反応は起こらないものとする．また  $k_1$ ， $k_2$ ， $k_3$  および  $k_4$  は各反応の反応速度定数 [ $\text{s}^{-1}$ ] であり，溶液中の各成分の濃度は  $C_A$ ， $C_B$ ， $C_D$  および  $C_E$  [ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$ ] で表されるものとせよ．

- 問 1 ある条件で反応を行ったところ，(1) の反応のみが生じた．溶液中の A および B の反応速度式をそれぞれ示せ．反応速度はそれぞれ  $dC_A/dt$  および  $dC_B/dt$  とせよ．ここで  $t$  は時間 [s] である．
- 問 2 異なる条件で反応を行ったところ，(2) の反応のみが生じた．溶液中の A および B の反応速度式をそれぞれ示せ．
- 問 3 反応 (1) のみが生じる条件において，溶液中の A の初期濃度が  $C_A^0$  [ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$ ]，B，D および E の初期濃度が  $0 \text{ mol}\cdot\text{m}^{-3}$  であった場合について，溶液中の A の濃度の経時変化を表す式を示せ．
- 問 4 反応の目的物質が B であり，より多くの B を回収したい．反応 (1) のみが生じる場合と反応 (2) のみが生じる場合について，どのような条件で反応を停止させればよいか，溶液中の B の濃度変化にもとづいてそれぞれ説明せよ．なお，溶液中の A，B，D および E の初期濃度は問 3 と同じであり，B の回収量は溶液中の B の濃度のみに依存するものとする．

## 【材料化学－１】

不動態化性金属材料に生じる局部腐食について、以下の問に答えよ。

問 1 18Cr-8Ni ステンレス鋼 (SUS304) が中性の塩化物水溶液中において孔食を生ずる場合を考える。

- (a) 往復アノード分極曲線（縦軸：電流密度  $i$  の対数，横軸：電位  $E$ ）を，電位送り反転点を **A** として模式的に図示し，図中に腐食電位  $E_{\text{corr}}$ ，再不動態化性ピット発生電位  $E_r$ ，孔食電位  $E_{\text{pit}}$ ，保護電位  $E_{\text{pp}}$  を示せ。
- (b) 問 1 (a) の往復アノード分極曲線における以下の各電位域で起こる現象を説明せよ。
- (i)  $E < E_r$ （電位送り方向反転前）
  - (ii)  $E_r < E < E_{\text{pit}}$ （電位送り方向反転前）
  - (iii)  $E_{\text{pit}} < E$ （電位送り方向反転前）
  - (iv)  $E_{\text{pp}} < E$ （電位送り方向反転後）
  - (v)  $E < E_{\text{pp}}$ （電位送り方向反転後）
- (c) 孔食の防止法を材料と使用環境の観点からそれぞれ説明せよ。

問 2 すき間を有する金属製の機械や装置が， $\text{Cl}^-$  イオンを含む水溶液環境に置かれている場合，すき間腐食が発生することがある。

- (a) すき間腐食が進行する場合のすき間付金属電極の往復アノード分極曲線（縦軸：電流密度  $i$  の対数，横軸：電位  $E$ ）を，電位送り反転点を **B** として模式的に図示し，図中に腐食電位  $E_{\text{corr}}$ ，すき間腐食発生電位  $E_{\text{crev}}$ ，すき間腐食再不動態化電位  $E_{r,\text{crev}}$  を示せ。
- (b) すき間腐食量の大小の目安を  $E_{\text{corr}}$ ， $E_{\text{crev}}$  および  $E_{r,\text{crev}}$  のうち必要なものを用いて説明せよ。
- (c) すき間腐食の防止法を材料と使用環境の観点からそれぞれ説明せよ。



【 材料化学－ 2 】

図 1 は、純粋な金属  $M = \text{Ni, Cr, Ti, Al, Mg}$  と酸素ガス  $\text{O}_2(\text{g})$  から純粋な酸化物  $\text{M}_m\text{O}_n$  が生成する反応 (式 (1)) と、黒鉛  $\text{C}(\text{s})$  や一酸化炭素ガス  $\text{CO}(\text{g})$  と  $\text{O}_2(\text{g})$  から二酸化炭素ガス  $\text{CO}_2(\text{g})$  や  $\text{CO}(\text{g})$  が生成する反応 (式 (2), 式 (3), 式 (4)) の 298 K から 2000 K における標準 Gibbs 自由エネルギー変化  $\Delta G^\circ$  [ $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ ] と絶対温度  $T$  [K] の関係を示すグラフである。次の問に答えよ。

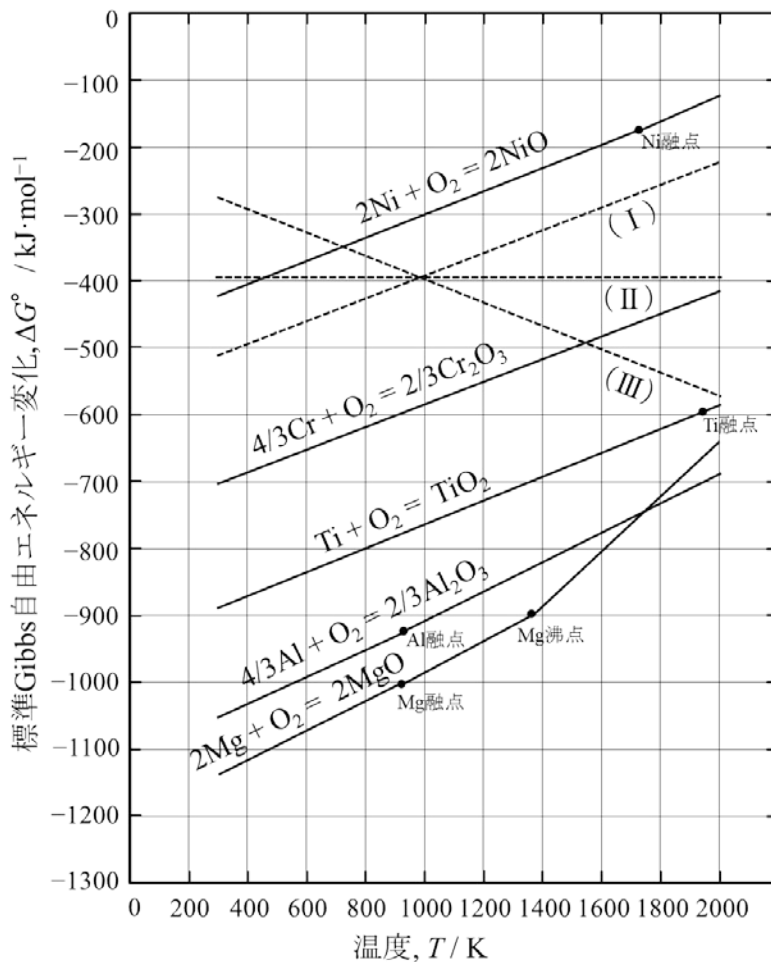


図 1 標準 Gibbs 自由エネルギー変化  $\Delta G^\circ$  と絶対温度  $T$  の関係。

(次ページに続く)

問1 図1で金属固体  $M(s)$  と  $O_2(g)$  の反応で酸化物固体  $M_mO_n(s)$  が生成する式(1)の反応の  $\Delta G^\circ$  と  $T$  の関係を示す線の傾きが金属  $M$  によらずほぼ等しい理由を記せ.

問2 金属  $M$  の中で  $Cr_2O_3$  を還元することが可能なものを記せ.

問3 式(1)の反応の  $\Delta G^\circ$  を  $O_2(g)$  のガス圧力  $P_{O_2} [atm]$  で表す式を記せ.

問4  $NiO(s)$  を  $600\text{ K}$  以上の温度で還元できる  $P_{O_2}$  の条件で  $Cr_2O_3(s)$  が還元可能な最低温度を  $600\text{ K}$ ,  $800\text{ K}$ ,  $1000\text{ K}$ ,  $1200\text{ K}$  の中から選べ.

問5 図1の(I), (II), (III)の  $\Delta G^\circ$  に対応する反応式を, それぞれ式(2), 式(3), 式(4)から選べ.

問6  $C(s)$  と  $CO_2(g)$  から  $CO(g)$  が生成する反応(式(5))を考える.



(a) 式(5)の反応の  $\Delta G^\circ$  が0となる  $T$  が  $978\text{ K}$  であることを説明せよ.

(b) 式(5)の反応は, 発熱反応, 吸熱反応のどちらかを答え, その理由を記せ.

問7  $978\text{ K}$  における式(5)の  $CO(g)$  と  $CO_2(g)$  のガス圧力  $P_{CO}$  と  $P_{CO_2}$  は, それぞれ  $1\text{ atm}$ , 全ガス圧力  $P_{total}$  は  $2\text{ atm}$  である.  $C(s)$  と平衡する  $CO(g)$  と  $CO_2(g)$  のガス圧力の比を  $1:1$  に維持したまま  $P_{total}$  を  $1\text{ atm}$  に下げるには,  $978\text{ K}$  より温度を上げる, 温度を下げる, のどちらの条件が必要かを答え, その理由を記せ.

## 【材料物性－1】

$N$  個の格子点からなる配位数  $z$  (最近接格子点の数) の格子を考え、格子点上に  $N^+$  個の  $\uparrow$  スピンと、 $N^-$  個の  $\downarrow$  スピンを配置させる。ここで、 $N = N^+ + N^-$  とする。最近接で隣り合う同符号のスピンの間 ( $\uparrow\uparrow$  や  $\downarrow\downarrow$ ) には  $-\varepsilon$  ( $< 0$ ) の引力エネルギー、異符号のスピンの間 ( $\uparrow\downarrow$  や  $\downarrow\uparrow$ ) には  $+\varepsilon$  の斥力エネルギーが生じる強磁性モデルを考える。

$X \equiv (N^+ - N^-) / N$  とおくと、 $|X| = 1$  のときは同符号にすべてのスピンのそろっている強磁性であり、 $X = 0$  のときは2種のスピンの同数ずつあり、これを常磁性とみなす。図1は温度  $T$  における熱平衡状態での  $X$  の値 ( $X_c$ ) を示している。絶対零度では完全にスピンの同一方向にそろった強磁性であるが、温度  $T$  が上昇するにつれスピンの配列が徐々に乱れ、図1に示すように、ある温度  $T_c$  (転移温度) で完全にランダムな常磁性相へ二次相転移する。格子点には、 $\uparrow$  スピンまたは  $\downarrow$  スピンが  $N^+ / N$ ,  $N^- / N$  の確率でランダムに存在するという近似 (点近似) を用いて、以下の間に答えよ。解答の際は、 $N^+ > N^-$  としよ。

問1 内部エネルギー  $E$  を  $N$ ,  $z$ ,  $\varepsilon$ ,  $X$  を用いて表せ。

問2 エントロピー  $S$  を  $N$ ,  $X$  および Boltzmann 定数  $k_B$  を用いて表せ。計算においては  $N$  を十分に大きいものとして Stirling の近似式  $\ln N! \doteq N \ln N - N$  を用いよ。

問3  $X_c$  と  $T$  の関係式を導き、さらに  $T_c$  を  $z$ ,  $\varepsilon$ ,  $k_B$  を用いて表せ。必要であれば近似式  $\ln(1+x) \doteq x$  を用いよ。

問4 外部磁場  $H$  を印加したとき、磁気転移点は消失する。磁化方向に  $H > 0$  の磁場をかけたときの  $X_c - T$  曲線を、図1に示す  $H = 0$  のときの曲線と関連付けて模式的に描き、そのようになる理由を定性的に説明せよ。

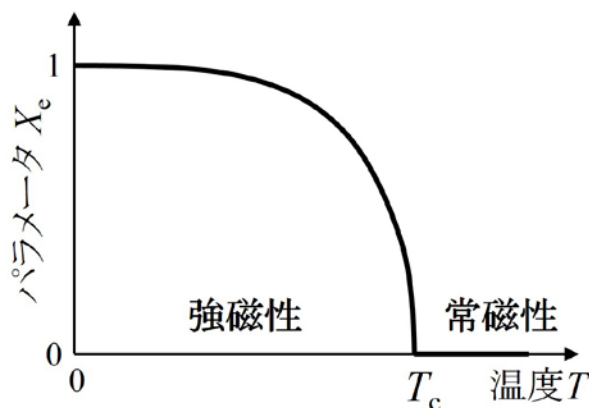


図1  $X_c$  の温度依存性。

## 【 材料物性－ 2 】

図 1 に示す Al-Cu 合金について、以下の問に答えよ。

- 問 1 Al-10mass%Cu 合金ならびに Al-33mass%Cu 合金を溶解し、平衡状態を維持するように室温まで徐冷したとき、それぞれの合金で得られる組織の概略図を図示せよ。このとき、組織を構成する各相を明記すること。
- 問 2 室温にある純 Al 多結晶サンプルにおいて、粒径変化による強化のメカニズムを説明し、強度と粒径の関係式を記せ。
- 問 3 Al-4mass%Cu 合金において、溶体化処理および時効処理を行って強度を高めたい。溶体化処理と時効処理は、それぞれの温度範囲で行うべきか答えよ。また、図 1 に示す温度範囲で時効処理を行うとき、高い温度と低い温度ではどちらが望ましいかを答え、その理由を説明せよ。
- 問 4 Al-4mass%Cu 合金を時効処理した際のビッカース硬さの経時変化を図 2 に示す。この図において、時効時間の増加に伴って硬さが増加する原因と減少する原因を、組織的観点から説明せよ。

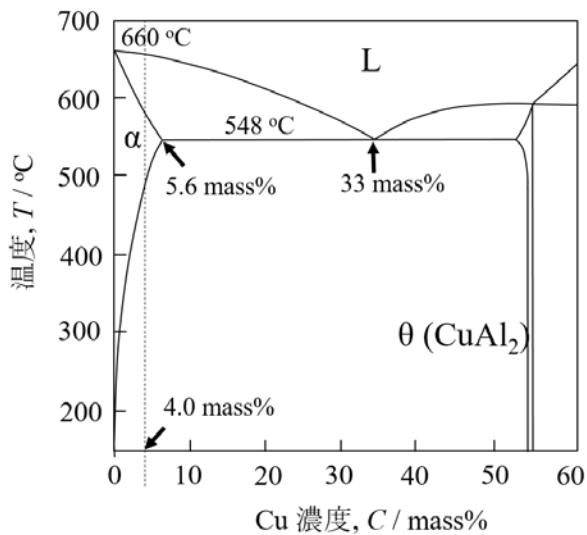


図 1 Al-Cu 系平衡状態図.

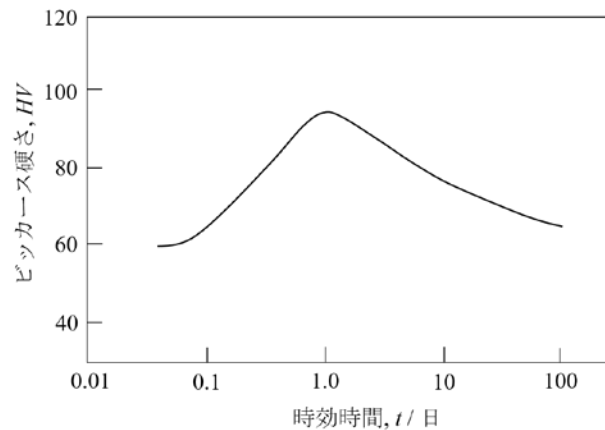


図 2 Al-4mass%Cu 合金の時効硬化挙動.

## 【 材料加工－ 1 】

多くの金属材料は冷間加工によって、延性や強度が大きく変化することが知られている。図1にある多結晶合金の室温における冷間加工度 ( $w$ ) と延性 ( $e$ ) , 降伏強度 ( $\sigma_y$ ) の関係を、図2にその多結晶合金の室温における冷間加工度 ( $w$ ) と再結晶温度 ( $T_R$ ) の関係をそれぞれ示す。以下の問に答えよ。

- 問1 図1に示されるように、冷間加工度が増加すると降伏強度が上昇し、延性が低下する。この理由を述べよ。
- 問2 この多結晶合金の直径 20 mm の丸棒を室温で冷間引き抜き加工して、直径を 14 mm にする加工熱処理を考える。冷間加工後の合金の延性を 15%以上、降伏強度を 300 MPa 以上としたい。そこで加工を2回に分けて行い、その間にひずみ除去のための再結晶熱処理をすることにした。図1と図2に基づいて、最適な1回目の冷間加工度、再結晶熱処理温度、2回目の冷間加工度を求めよ。ただし、丸棒は均一に変形するものとし、再結晶熱処理後、多結晶合金の材料特性は完全に元に戻るものとする。また、再結晶熱処理による形状の変化、酸化、相変態等は考慮しなくてよい。

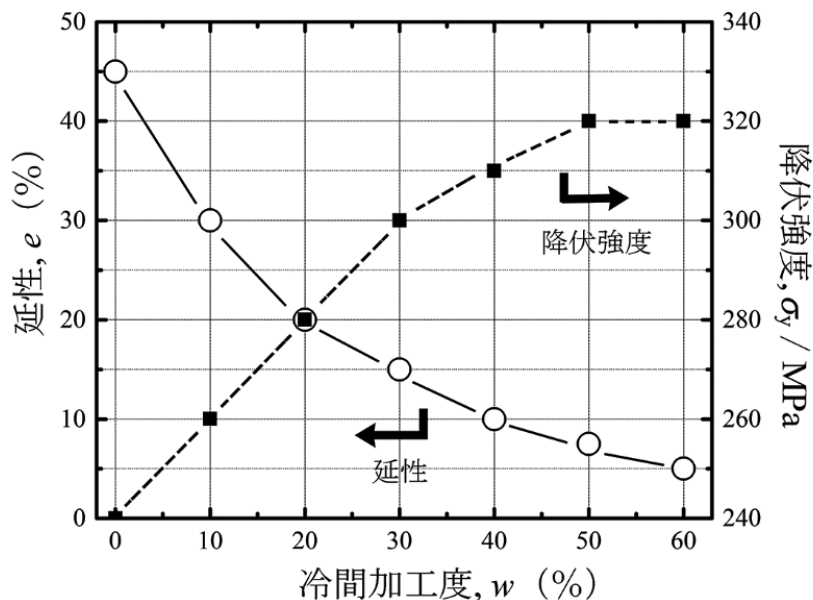


図1 多結晶合金の室温における冷間加工度と延性、降伏強度の関係。

(次ページに続く)

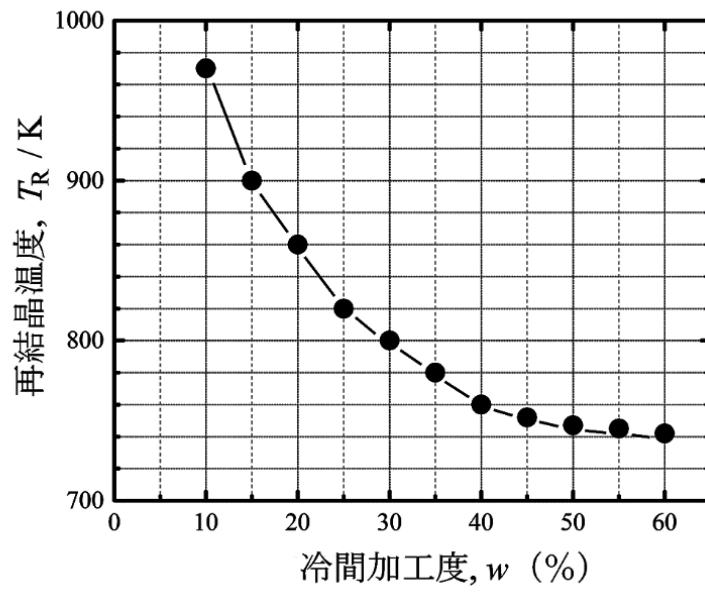


図2 多結晶合金の室温における冷間加工度と再結晶温度の関係.

【 材料加工－ 2 】

図 1 の A, B 二成分の全率固溶型合金において, 組成  $x$  で示される合金を温度  $T_0$  から冷却して凝固させ, 固相  $\alpha$  を生成する casting プロセスを考える. 以下の問に答えよ.

- 問 1 液相組成, 固相組成がそれぞれ  $L_1 \rightarrow L_2 \rightarrow L_3 \rightarrow L_4$ ,  $S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_4$  と変化する曲線の名  
称をそれぞれ記載せよ.
- 問 2 温度  $T_0$  から平衡状態を保つよう十分遅い速度で温度を下げたとき, 冷却とともにミ  
クロ組織ならびに組成がどのように変化するか述べよ.
- 問 3 温度  $T_0$  から温度を下げたとき, 冷却速度が速くなると固相の平均組成の変化は  
 $S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_4$  とならず,  $S_1 \rightarrow S_2' \rightarrow S_3' \rightarrow S_4'$  のように推移することがある. その原因  
について述べよ.
- 問 4  $S_1 \rightarrow S_2' \rightarrow S_3' \rightarrow S_4'$  のように推移する合金のマイクロ凝固組織は, 組成不均一によるミク  
ロ組織のむらが起こりやすい. 想定されるマイクロ凝固組織を模式的に描くとともに,  
模式図中に成分 B の濃度が高まる領域を記せ.
- 問 5 問 4 における組成の不均一を何と称するか答えよ. また, この不均一を解消するに  
は casting 後にどのような処理を施せばよいか, 2 つ以上答えよ.

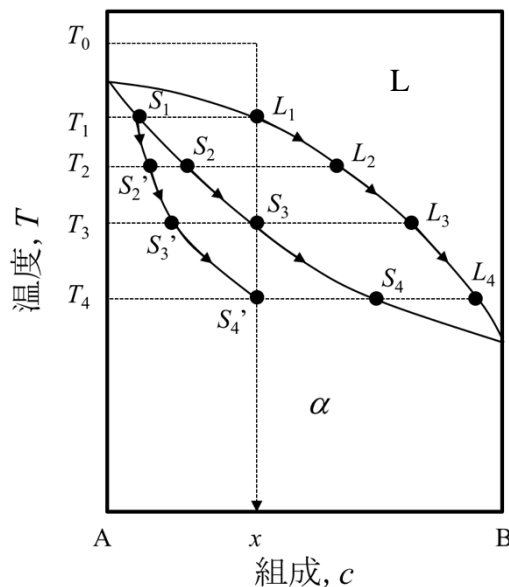


図 1 全率固溶型合金の状態図.