

【 数学－１ 】

【 Mathematics－1 】

以下の問に答えよ.

Answer the following questions.

問 1 (Q1)

行列 $\mathbf{A}$ を, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする.

Let the matrix $\mathbf{A}$ be defined as $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) 行列式 $\det \mathbf{A}$ と逆行列 $\mathbf{A}^{-1}$ を求めよ.

Find the determinant ($\det \mathbf{A}$) and inverse matrix ($\mathbf{A}^{-1}$).

(b) 座標系 S' における点 (x', y', z') に $\mathbf{A}$ を作用させたときに座標系 $S(x, y, z)$ となる場合, x, y, z を x', y', z' で表せ.

When the matrix $\mathbf{A}$ is applied to the coordinate system $S'(x', y', z')$, the coordinate system $S(x, y, z)$ is obtained. Represent x, y , and z using x', y' , and z' .

(c) 座標系 S と S' の関係を図示し, 行列 $\mathbf{A}$ を作用させることの意味を述べよ.

Illustrate the relationship between the coordinate systems S and S' , and describe the meaning of application of the matrix $\mathbf{A}$.

(次ページに続く)

(Continued on the next page)

問2 (Q2)

(a) 次の関数 $f(t)$ のラプラス変換を求めよ.

$$f(t) = e^{\alpha t}, \quad \operatorname{Re}(s) > \alpha$$

ただし, ラプラス変換は $L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ で定義される.

t は実数, s は複素数である.

Find the Laplace transform of the following function $f(t)$.

$$f(t) = e^{\alpha t}, \quad \operatorname{Re}(s) > \alpha$$

Let the Laplace transform be defined as $L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$.

Let t and s be the real number and the complex number, respectively.

(b) 次の微分方程式を, ラプラス変換を用いて解け.

$$3 \frac{df(t)}{dt} + 2f(t) = 0$$

ただし, 初期条件は $f(0) = 1$ とする.

Solve the following differential equation using the Laplace transform.

$$3 \frac{df(t)}{dt} + 2f(t) = 0$$

Let the initial condition be as follows, $f(0) = 1$.

【 数学－ 2 】

【 Mathematics－2 】

以下の問に答えよ.

Answer the following questions.

問 1 (Q1)

R を任意の領域とし, その体積を V とする.

(a) $\mathbf{r} = (x, y, z)$ とし, 次の積分を求めよ.

$$\iiint_R \nabla \cdot \mathbf{r} \, dV$$

(b) $\mathbf{f} = (y, -x, 0)$ としたとき, 次の積分を求めよ.

$$\iiint_R \nabla \times \mathbf{f} \, dV$$

Let R be an arbitrary region and let V be its volume.

(a) Compute the following integral, when $\mathbf{r} = (x, y, z)$.

$$\iiint_R \nabla \cdot \mathbf{r} \, dV$$

(b) Compute the following integral, when $\mathbf{f} = (y, -x, 0)$.

$$\iiint_R \nabla \times \mathbf{f} \, dV$$

問 2 (Q2)

t を媒介変数とする曲線 $\mathbf{r} = (a \cos t, a \sin t, bt)$ について, 単位接線ベクトルと単位法線ベクトルを求めよ. ただし, a と b は正の定数とする.

Find the unit tangent vector and the unit normal vector for the curve $\mathbf{r} = (a \cos t, a \sin t, bt)$ with t as a parameter. Here, let a and b be positive constants.

(次ページに続く)

(Continued on the next page)

問3 (Q3)

曲面 $z = x^2 + y^2$ の点 $(1, 0, 1)$ における単位法線ベクトルを求めよ.

Find the unit normal vector at the point $(1, 0, 1)$ of the surface of $z = x^2 + y^2$.

問4 (Q4)

平面 $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$ で囲まれる立体を V_S , その表面を S とするとき, ベクトル場 $\mathbf{A} = (2xy, yz^2, zx)$ の S 上の面積分の値を求めよ.

Let V_S be the solid enclosed by the planes of $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$, $z = 0$, and $z = 1$ and S be its surface, then find the value of surface integral for the vector field

$\mathbf{A} = (2xy, yz^2, zx)$.

【 物理－ 1 】

体積 V の理想的な空洞中で平衡状態にある電磁波（黒体輻射）を光子気体モデルで考える．この系に存在する粒子（光子）は，質量ゼロのボース（ Bose ）粒子であり，粒子数が保存されず自由に生成・消滅できる．このため，化学ポテンシャル μ は $\mu=0$ となる．また，周波数 ν に関する状態密度 $D(\nu)$ は $D(\nu)=8\pi V\nu^2/c^3$ である．ここで， c は光速であり，ボルツマン定数を k ，プランク定数を h とする．以下の問に答えよ．必要なら以下の公式を使ってよい．また，計算において π は残したままでよい．

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}, \quad \int_0^{\infty} \frac{x^2}{e^x - 1} dx \doteq 2.404$$

問 1 一般に，ボース粒子のエネルギーを ε としたとき，温度 T におけるボース・アインシュタイン分布に従う粒子の平均占有数 $\langle n(\varepsilon) \rangle$ は，

$$\langle n(\varepsilon) \rangle = \frac{1}{\exp[(\varepsilon - \mu)/kT] - 1}$$

となる．これを用いて，周波数 ν をもつ 1 つの振動モードのエネルギー $u(\nu, T)$ を求めよ．また別の方法として，状態和を用いて $u(\nu, T)$ を求めよ．

問 2 空洞中における光子の総エネルギー E は， $E = aT^4V$ という形になることを示し，定数 a を求めよ．

問 3 空洞中における光子数 N は $N = bT^3V$ という形になることを示し，定数 b を求めよ．

問 4 上の問 1 で求めた状態和と状態密度を使って系のヘルムホルツ自由エネルギー F を求めると， $F = -E/3$ という関係式を得る．この関係を用いてエントロピー S および圧力 P を求め， $E = 3PV$ であることを示せ．

問 5 この光子気体は，古典理想気体と同一形の状態方程式に従うことを示せ．

【 物理－ 2 】

半径 R の円板において、その半径から h （ただし、 $0 < h < R$ ）の位置で糸が巻かれた剛体（ヨーヨー）が、固定された斜面の上で運動する場合を考える．図 1 のように、水平面から角度 θ の斜面に円板を静置し、糸を斜面と平行にたるみの無いように張りながら、なめらかな滑車を介して糸の先端に質量 m のおもりを取り付ける．円板は、厚みの無い質量 M の一様な剛体と仮定し、斜面に沿って滑ることなく回転運動する．また、糸および滑車の質量と糸の太さは無視でき、空気抵抗は無いものとする．重力加速度の大きさを g として、以下の問に答えよ．ただし、導出過程も示せ．

問 1 滑車が回転せず、滑車の位置で糸を固定する場合を考える．

- (a) 円板に作用する力について図を描いて説明せよ．
- (b) θ を 0 から徐々に大きくしていく場合、円板が斜面に沿って運動し始めるときの θ を R ， h ， μ を使って表せ．ただし、斜面の静止摩擦係数を μ とする．

問 2 滑車がなめらかに回転する場合を考える．糸を張ったまま円板とおもりが動かないように手で抑えた状態から静かに手を離した．このときの円板の斜面に沿った回転運動について考える．

- (a) 円板の回転軸まわりの慣性モーメントを I とする． I を R と M を使って表せ．
- (b) 円板の斜面方向に対する重心の速度を V ，円板の回転運動における角速度を ω とする． V と ω の関係を説明せよ．
- (c) おもりの速度を u として、 V との関係を説明せよ．
- (d) 円板とおもりに作用する力について説明し、斜面方向の円板の重心運動と回転運動のそれぞれに対する運動方程式と、おもりに関する運動方程式を示せ．
- (e) (d)で得られた運動方程式に基づいて円板の重心運動の加速度を求め、円板の斜面での運動の方向と、その条件について論ぜよ．

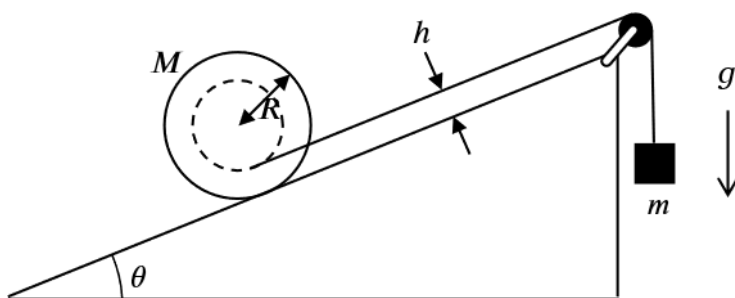


図 1

【 化学-1 】

リチウムイオン電池は、パーソナルコンピュータ、スマートフォン、さらには電気自動車用の二次電池として利用され、現代社会に欠かせない存在になっている。また、このリチウムイオン電池の開発によって、2019年に吉野彰氏らがノーベル化学賞を受賞している。リチウムイオン電池の正極材料としては LiCoO_2 が、負極材料としてはグラファイトが主に使用されており、現在も日本のみならず世界中で、リチウムイオン電池の高性能化に向けて、活発な研究開発が行われている。このリチウムイオン電池に関して、以下の問に答えよ。ただし、リチウムイオン電池の正極材料の電子配置はすべて低スピン状態をとるものとする。

- 問1 リチウムイオン電池にどのような性能向上が求められているかについて、具体例を3つ書け。
- 問2 正極材料である LiCoO_2 の電子状態は、フェルミ準位近傍には Co の $3d$ 軌道が存在し、この $3d$ 軌道は t_{2g} 軌道と呼ばれる3つの d 軌道 d_{xy} , d_{yz} , d_{zx} と e_g 軌道と呼ばれる2つの d 軌道 d_{z^2} , $d_{x^2-y^2}$ にエネルギー的に分裂することが知られている。また、 t_{2g} 軌道の方が e_g 軌道に比べてエネルギー準位が低い。このとき、 LiCoO_2 のフェルミ準位近傍の $3d$ 軌道の電子配置を図示せよ。ここで、 Co^{3+} の電子配置は $[\text{Ar}]3d^6$ である。
- 問3 図1に示すように、 LiCoO_2 中の6本の Co-O 結合は同じ結合距離であることが知られている。その理由として考えられることを、 LiCoO_2 のフェルミ準位近傍における $3d$ 軌道の電子配置から説明せよ。

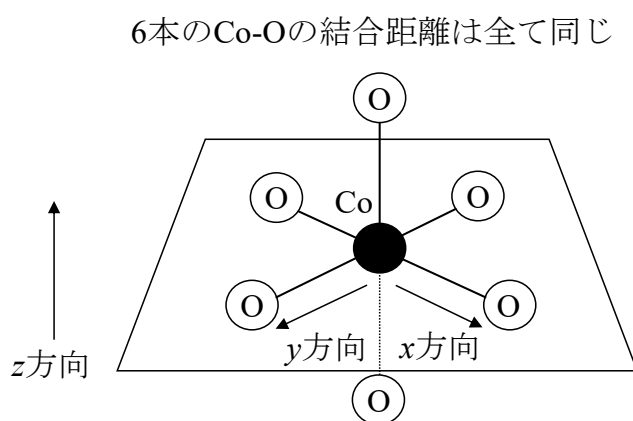


図1 LiCoO_2 中の Co 周囲の O の配位状態

(次ページに続く)

- 問 4 正極の LiCoO_2 から Li^+ が放出されて負極に移動することで、 LiCoO_2 のフェルミ準位近傍の 3d 軌道の電子配置はどのように変化するかについて図を用いて説明せよ。また、 Li^+ が放出されたことで LiCoO_2 中の Co-O 間の結合距離がどのように変化すると考えられるかについて、フェルミ準位近傍の 3d 軌道の電子配置の観点から説明せよ。このとき、 t_{2g} 軌道は非結合性軌道であり、 e_g 軌道は反結合性軌道である。
- 問 5 Co に比較して、Ni の方が資源的に豊富であるため、正極材料として LiCoO_2 の代わりに LiNiO_2 の活用が検討されている。 LiCoO_2 と LiNiO_2 のフェルミ準位近傍の 3d 軌道の電子配置の違いについて図を用いて説明せよ。また、この電子配置の違いによって、 LiCoO_2 中の Co-O 距離と、 LiNiO_2 中の Ni-O 距離にどのような違いが生じるかについて説明せよ。ここで、 Ni^{3+} の電子配置は $[\text{Ar}]3d^7$ である。
- 問 6 正極の LiNiO_2 から Li^+ が放出されて負極に移動することで、 LiNiO_2 のフェルミ準位近傍の 3d 軌道の電子配置はどのように変化するかについて図を用いて説明せよ。また、 Li^+ が放出されたことで、 LiNiO_2 中の Ni-O 間の結合距離がどのように変化すると考えられるかについて、フェルミ準位近傍の 3d 軌道の電子配置の観点から説明せよ。
- 問 7 LiCoO_2 と LiNiO_2 のフェルミ準位近傍の 3d 軌道の電子状態の観点から、充放電時における LiCoO_2 と LiNiO_2 の構造安定性の違いについて説明せよ。
- 問 8 次世代二次電池として、リチウムイオン電池に代わり、マグネシウムイオン電池の研究開発が盛んに進められている。リチウムイオン電池では、正極と負極の間を Li^+ が拡散するのに対して、マグネシウムイオン電池では、正極と負極の間を Mg^{2+} が拡散する。このとき、リチウムイオン電池に対するマグネシウムイオン電池の長所として考えられることと、短所として考えられることを 1 つずつ書け。

【 化学－ 2 】

水は、大気圧 P_0 、温度 T_b で沸騰し水蒸気となる．圧力が高くなると沸点が上昇することについて、以下の問に答えよ．ただし、水蒸気は理想気体として扱い、水の体積は水蒸気に比べて無視できるほど小さいものとする．必要ならば、次の数値を用いよ．

$P_0 = 1.00 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、 $T_b = 373 \text{ K}$ 、気体定数 $R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ 、 1 mol の水 (L) が水蒸気 (G) になる反応のエンタルピー変化 $\Delta H_{L \rightarrow G} = 4.00 \times 10^4 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$ とし、 $\Delta H_{L \rightarrow G}$ は温度によって変化しないものとする．計算値は有効数字 3 桁で示すこと．

問 1 水と水蒸気が平衡する圧力（平衡蒸気圧） P の温度 T による変化を表す下記のクラジウス－クラペイロン（Clausius－Clapeyron）の式を導出せよ．

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta H_{L \rightarrow G}}{T(V_G - V_L)}$$

V_G 、 V_L はそれぞれ水蒸気と水のモル体積である．

問 2 温度 T_b における dP/dT の値を求めよ．

問 3 温度 T における平衡蒸気圧 P を表す式を、 T_b 、 T 、 P_0 、 R 、 $\Delta H_{L \rightarrow G}$ の中から必要なものを用いて表せ．ただし、 T は水の三重点と臨界点の間にある温度とする．

問 4 温度が変化しても体積が一定である容器の中に、 T_b より低い温度 T_1 、大気圧 P_0 の理想気体と水を入れて密閉し加熱すると、温度 T_2 で水は沸騰する． $T_1 = 300 \text{ K}$ であるとき、 T_2 が 400 K 以上もしくは未満のいずれになるかを、問 3 で求めた式に基づき説明せよ．ただし、理想気体の水への溶解および、理想気体中の水蒸気分圧は無視できるほど小さいものとする．必要であれば、 $\ln(T_2/T_1) \cong T_2/T_1 - 1$ の関係を用いてよい．

【 材料化学－ 1 】

エリングラム（ Ellingham ）は実験的に，金属の酸化反応の標準ギブズ（ Gibbs ）エネルギー変化と温度の関係を求め，ほぼ線形関係にあることを見出した．酸化反応の標準ギブズエネルギー変化 ΔG° と温度 $[\text{°C}]$ を軸に取ったグラフはエリングラムダイアグラムとして知られている．エリングラムダイアグラムについて以下の問に答えよ．必要であれば $\ln 10 = 2.3$ を用いてもよい．また，気体定数 R を $8.3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ とし， T は絶対温度 $[\text{K}]$ を表す．なお，求める値は有効数字 2 桁で記述せよ．

問 1 T における金属の酸化反応の標準ギブズエネルギー変化 ΔG° を，標準エンタルピー変化 ΔH° ，標準エントロピー変化 ΔS° を用いて書け．

問 2 縦軸の単位を $\Delta G^\circ [\text{kJ} \cdot (\text{mol O}_2)^{-1}]$ と表記する場合がある． O_2 を付す理由を書け．

問 3 以下の反応式に基づき平衡状態を考える．横軸に温度 $[\text{°C}]$ ，縦軸に $\Delta G^\circ [\text{kJ} \cdot (\text{mol O}_2)^{-1}]$ をとったエリングラムダイアグラムの場合，以下の反応の 0°C における ΔG° と傾きの値を，それぞれの反応について書け．ただし凝縮相の状態は以下の式の標準状態をそのまま用いよ．



$$\Delta G^\circ = -283000 + 86.0T \quad [\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}]$$



$$\Delta G^\circ = -904000 + 172T \quad [\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}]$$



$$\Delta G^\circ = -191000 + 88.7T \quad [\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}]$$

問 4 式 (2) について平衡定数 K と酸素分圧および凝縮相の活量の関係を，酸素分圧 P_{O_2} および活量 a_i を用いて書け．ここで i は物質を示す．

問 5 SiO_2 の活量が 0.10 の場合を考える．この SiO_2 と純 Si との平衡関係は問 3 と同様のエリングラムダイアグラムではどのように記入できるか， 0°C における ΔG° と傾きの値をそれぞれ書け．

問 6 CO ， CO_2 から構成される気相内で，純 Cu と純 Cu_2O が共存する場合を考える． 1200°C でこの系が平衡する場合の CO と CO_2 の分圧比を書け．

問 7 問 6 はエリングラムダイアグラムを用いて幾何的に導出することができる．その方法を説明せよ．

【 材料化学－ 2 】

アンモニア合成反応 $1/2 \text{N}_2(\text{g}) + 3/2 \text{H}_2(\text{g}) = \text{NH}_3(\text{g})$ を考える．以下の問に答えよ．

標準状態（298 K, 1 atm）での NH_3 の標準生成ギブズ（Gibbs）エネルギー ΔG° は $-16.5 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$, H_2 , N_2 , NH_3 の標準エントロピー S° は、それぞれ 130, 191, $192 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ とし、また、気体定数 $R = 8.3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ とする．

- 問 1 NH_3 1 mol が温度 298 K で生成するとき、標準エントロピー変化 ΔS° ならびに標準生成エンタルピー ΔH° を求めよ．ただし、求める値は有効数字 2 桁で答えよ．また、この反応は発熱反応か、吸熱反応かを答えよ．
- 問 2 298 K における NH_3 合成反応の標準圧平衡定数を $K_p(298)$ とするとき、 $\ln K_p(298)$ の値を求めよ．ただし、求める値は有効数字 2 桁で答えよ．
- 問 3 298 K から 700 K まで NH_3 の標準エントロピー変化 ΔS° ならびに標準生成エンタルピー ΔH° の値は変わらないとして、700 K における圧平衡定数を $K_p(700)$ とするとき、 $\ln K_p(700)$ の値を有効数字 2 桁で求めよ．
- 問 4 100 年以上前に、ハーバー（Haber）とボッシュ（Bosch）らによって開発されたアンモニア合成プロセスは画期的な工業プロセスの 1 つとして知られている．このプロセスは現在もアンモニア製造において利用されており、高温・高圧条件下で触媒を用いて行われているのが特徴である．
- (a) このアンモニア合成プロセスはなぜ高温・高圧条件下で行われているのか、その理由について、化学平衡と反応速度の観点から簡潔に説明せよ．
- (b) このアンモニア合成プロセスでは触媒が用いられている．この触媒の役割について化学平衡と反応速度の観点から簡潔に述べよ．
- (c) 近年の資源・環境・エネルギー問題の状況を鑑み、この反応プロセスの問題点を 1 つ指摘し、その改善策としてどのような材料が必要だと考えられるか簡潔に述べよ．
- (d) 近年、アンモニアの新たな利活用法として「エネルギーキャリア」が提案されている．その利活用に関する原理または方法について簡潔に述べよ．

【 材料物性－ 1 】

問 1 室温において、面心立方晶の純銅と、体心立方晶の純鉄について、以下の間に答えよ．有効数字は 4 桁として計算せよ．

- (a) 面心立方晶と体心立方晶のすべり系を，すべり面とすべり方向のミラー指数の組み合わせで示せ．
- (b) 純銅の格子定数を $3.615 \text{ \AA}$ ，純鉄の格子定数を $2.867 \text{ \AA}$ とする．このときの，純銅と純鉄各々で活動する転位のバーガースベクトルの大きさを求めよ．ただし， $\sqrt{2}=1.414$ ， $\sqrt{3}=1.732$ とする．
- (c) 転位のバーガースベクトルを $\mathbf{b}$ ，転位線ベクトルを $\mathbf{t}$ ，転位が運動するすべり面の法線ベクトルを $\mathbf{n}$ とする．このとき，転位がすべり面を運動するための幾何学的条件を $\mathbf{b}$ と $\mathbf{t}$ と $\mathbf{n}$ で表し，それを使って，面心立方晶を運動する拡張転位の場合と，体心立方晶を運動するらせん転位の場合で，交差すべりする際の挙動の違いを説明せよ．
- (d) 侵入型原子が侵入する八面体位置について，銅原子，鉄原子を全て剛体球としたとき，純銅の単位胞と純鉄の単位胞の八面体位置の最短距離，すなわち格子緩和をすることなく侵入することができる侵入型原子の最大の直径を，各々に対して求めよ．

問 2 多結晶体の金属棒が，ある温度 T にて，真ひずみで求められたひずみ速度 $\dot{\epsilon}_s$ が， 10^{-7} s^{-1} で定常クリープ変形を開始した．定常クリープ変形開始時の棒の長さは 10 mm であったとき， 1000 h 後に到達する棒の長さを見積もれ．ただし，定常クリープ変形の時間は， 1000 h よりも十分に長いものとする．また， $\exp(0.36) = 1.43$ とし，有効数字は 3 桁として計算せよ．

【 材料物性－ 2 】

以下の問に答えよ.

- 問 1 結晶の周期性を波数空間で記述するには、逆格子ベクトルの導出が基本となる．逆格子ベクトル $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$ は、実空間の単位格子ベクトル $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$ に対して以下の関係で定義される．

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)}, \quad \mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_2 \cdot (\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1)}, \quad \mathbf{b}_3 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_3 \cdot (\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2)}$$

- (a) 格子定数 a の面心立方格子の単位格子ベクトルを以下のように与えたとき、これに対応する逆格子ベクトル $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$ を求めよ．

$$\mathbf{a}_1 = (a/2, a/2, 0), \quad \mathbf{a}_2 = (0, a/2, a/2), \quad \mathbf{a}_3 = (a/2, 0, a/2)$$

- (b) (a)で得られた逆格子がどのような格子と等価かを答えよ．

- 問 2 X 線回折パターンの強度は、構造因子によって定まる．これにより回折線の消失条件（消滅則）が現れる．

- (a) 面心立方格子の原子位置 $(0, 0, 0)$, $(1/2, 1/2, 0)$, $(0, 1/2, 1/2)$, $(1/2, 0, 1/2)$ を用いて、構造因子 F_{hkl} を導出せよ．ただし、原子散乱因子を f とし、 h , k , ℓ は回折に關与する結晶面のミラー指数とする．

- (b) (a)で得られた構造因子に対する消滅則を説明せよ．

- 問 3 自由電子とは異なり、結晶中の電子のエネルギーはブリルアン（ Brillouin ）ゾーン構造により制限され、その境界では特徴的な状態が現れる．

- (a) 自由電子モデルにおける一次元格子中の電子のエネルギー E を波数 k の関数として、ディラック定数 $\hbar$ （プランク定数を 2π で割った定数）、電子の質量 m_e を用いて表せ．

- (b) (a)で得られたエネルギー式を用い、波数 k が π/a のときの電子のエネルギーを eV の単位で求めよ．ここで、 a は格子定数であり、 $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$, $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $a = 4.0 \times 10^{-10} \text{ m}$, $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$, $\pi = 3.14$ とする．なお、計算値は有効数字 2 桁で求めることとする．

- (c) ブリルアンゾーンの端で電子のエネルギー状態が分裂する．その理由を、電子の波動性と結晶中の周期ポテンシャルとの関係に基づいて説明せよ．

【 材料加工－ 1 】

アーク溶接を行った鋼の溶接金属に形成されるミクロ組織と発生する問題点について、図 1 に示したシェフラ（ Schaeffler ）の組織図、表 1 に示した鋼 1、鋼 2 および溶接材料 3 の化学組成を用いて、以下の問に答えよ。なお、鋼 1、鋼 2 および溶接材料 3 の密度は同じとする。

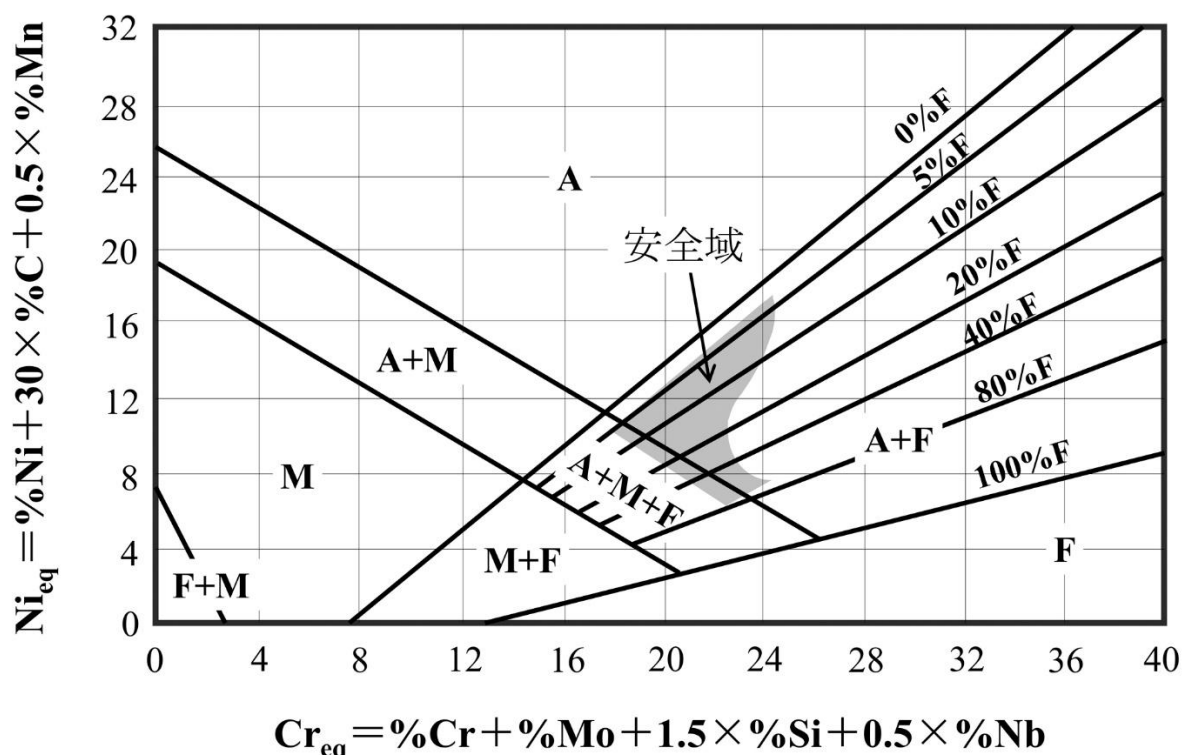


図 1 シェフラの組織図． Cr_{eq} における $\%Cr$ ， $\%Mo$ ， $\%Si$ ， $\%Nb$ ならびに Ni_{eq} における $\%Ni$ ， $\%C$ ， $\%Mn$ は，それぞれの合金元素の含有量〔mass%〕を示す．

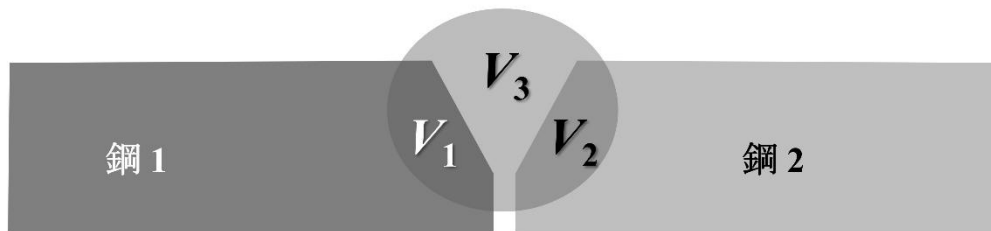
表 1 鋼 1，鋼 2 および溶接材料 3 の化学組成〔mass%〕

	C	Mn	Si	P	S	Ni	Cr	Mo	Fe
鋼 1	0.05	0.20	0.60	0.012	0.004	11.0	16.0	1.1	Bal.
鋼 2	0.16	1.20	0.40	0.020	0.018	-	-	-	Bal.
溶接材料 3	0.04	1.40	0.66	0.020	0.020	10.0	21.0	-	Bal.

問 1 シェフラの組織図において，A，F，M で示される各組織の名称と結晶構造をそれぞれ記述せよ。

（次ページに続く）

- 問2 鋼1 どうしを溶接材料なしでティグ溶接する場合に予測される溶接金属のマイクロ組織を述べよ。また、溶接金属に発生しうる問題点1つをあげ、その発生理由とともに答えよ。
- 問3 鋼1 と鋼2 を溶接材料なしでティグ溶接し、それぞれ体積比1:1で均一に溶融、混合させた場合に予測される溶接金属のマイクロ組織を述べよ。また、溶接金属に発生しうる問題点1つをあげ、その発生理由とともに答えよ。
- 問4 鋼1 と鋼2 のティグ溶接において、溶接材料3を用いることとした。シェフラの組織図中の安全域内の組成にすることで、溶接金属に発生する問題点を回避できることを踏まえ、溶接金属に発生する問題点を回避するために必要な希釈率のおおよその範囲を図から推定せよ。溶接金属での鋼1 と鋼2 の体積比は1:1とし、溶接金属において鋼1、鋼2、溶接材料3は均一に溶融、混合するものとする。希釈率の算出方法は、図2を参照せよ。



$$\text{希釈率} [\%] = \frac{V_1 + V_2}{V_1 + V_2 + V_3} \times 100$$

図2 希釈率の算出方法。溶接金属に溶け込んだ鋼1、鋼2、溶接材料3の体積をそれぞれ V_1 、 V_2 、 V_3 とする。

【 材料加工－ 2 】

図 1 に示すように、1 次元部材 1（長さ L_1 、直径 d_1 ）に 1 次元部材 2（長さ L_2 、直径 d_2 ）を点 C で直列に結合した段付き部品を考える．点 A で固定され、点 B に引張荷重 F_0 、集中曲げ荷重 P_0 、トルク T_0 が作用しているとき、以下の間に答えよ．ただし、部材 1 と部材 2 は、中心軸が一致しており、同じ材質でヤング率を E 、せん断弾性率を G とし、部材の質量は無視できるものとする．また、円周率を π とする．

- 問 1 $P_0 = T_0 = 0$ の段付き部品を段付き丸棒という．このとき、丸棒 1（部材 1）に生じる垂直応力と棒全体の伸びを求めよ．
- 問 2 $F_0 = P_0 = 0$ の段付き部品を段付き丸軸という．このとき、丸軸 1（部材 1）に生じる最大せん断応力と軸全体のねじれ角を求めよ．
- 問 3 $F_0 = T_0 = 0$ の段付き部品を段付きはりという．長さを $L_1 + L_2 = L$ 、直径を $d_1 = d_2 = d$ とし、はりの中心軸方向右向きに x 軸をとるとき、片持ちはり（長さ L 、直径 d ）の固定端 A における反力および反モーメントを求め、固定端 A から任意の位置 x におけるせん断力 F および曲げモーメント M を求めよ．また、集中曲げ荷重 P_0 による片持ちはりの最大たわみを求めよ．

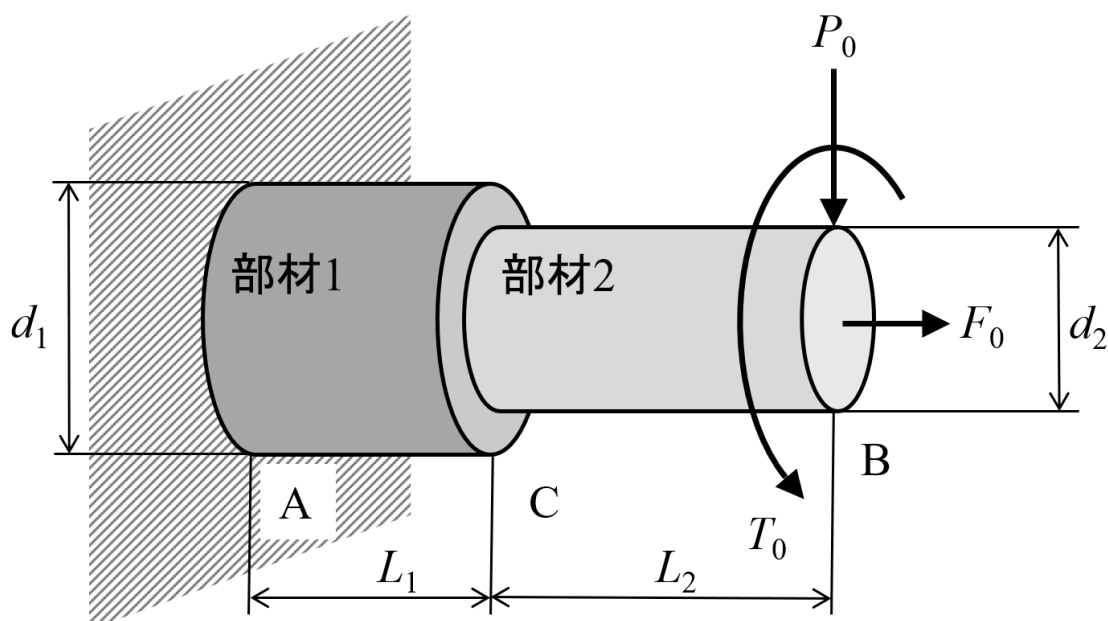


図 1